Propriétés, théorèmes et définitions de géométrie au collège (*Les niveaux sont donnés à titre indicatif*)

(en italique : ne fait pas partie du socle commun ou n'est plus au programme en 2020)

ANGLE

A1	5e	Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.
A2	5e	Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.
A3	5e	*Deux angles alternes-internes (ou deux angles correspondants) par rapport à deux droites parallèles ont la même mesure.*
A4	5e	*Si deux angles alternes-internes (ou deux angles correspondants) par rapport à deux droites ont la même mesure, alors ces deux droites sont parallèles.*
A5		*Théorème de l'angle au centre : La mesure de l'angle au centre est le double de celui de l'angle inscrit qui intercepte le même arc.*
A6		*Théorème de l'angle inscrit : Deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.*

CARRÉ

C	6e	Définition : Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.

DROITES

D1	6e	Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
D2	6e	Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles.
D3	6e	Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles.
D4	6e	*Définition : La **distance d'un point à une droite** est la longueur du segment qui relie ce point à cette droite perpendiculairement.*
D5		*Définition : La **tangente** en M à un cercle de centre O et de rayon [OM] est la droite qui est perpendiculaire à (OM) et qui passe par M.*

LOSANGE

L1	6e	Définition : Un **losange** est un quadrilatère qui a ses côtés de même longueur.
L2	5e	Un losange a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
L3	5e	Un losange a ses côtés opposés parallèles.
L4	5e	Un losange a ses angles opposés de même mesure.
L5	5e	Un losange a ses angles consécutifs supplémentaires.
L6	6e	Un losange a ses diagonales perpendiculaires.
L7		*Les diagonales d'un losange sont des bissectrices de ses angles.*
L8	6e	Les deux diagonales d'un losange sont des médiatrices l'une de l'autre.
L9	5e	Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.
L10	5e	Un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires est un losange.

MEDIATRICE

M1	6e	Définition : La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement et en son milieu.
M2	6e	Un point qui se trouve sur la médiatrice d'un segment à égale distance des extrémités de ce segment.
M3	6e	Un point qui est à égale distance des extrémités d'un segment est sur la médiatrice de ce segment.

BISSECTRICE

B1		*Définition : La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite d'origine le sommet de l'angle et qui coupe cet angle en deux angles de même mesure.*
B2		*Un point qui se trouve sur la bissectrice d'un angle à égale distance des côtés de cet angle.*

PARALLELOGRAMME

P1	5e	Définition : Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.
P2	5e	Un parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
P3	5e	Un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur.
P4	5e	Un parallélogramme a ses angles opposés de même mesure.
P5	5e	Un parallélogramme a ses angles consécutifs supplémentaires.
P6	5e	Un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
P7	5e	Un quadrilatère (non croisé) qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.
P8	5e	Un quadrilatère (non croisé) qui a une paire de côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

RECTANGLE

RC1	6e	Définition : Un **rectangle** est un quadrilatère qui a ses angles droits.
RC2	6e	Un rectangle a ses côtés opposés parallèles.
RC3	6e	Un rectangle a ses côtés opposés de même longueur.
RC4	5e	Un rectangle a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
RC5	6e	Un rectangle a ses diagonales de même longueur.
RC6	6e	Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.
RC7	5e	Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.
RC8	5e	Un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.

REPRODUCTION

RP1	5e	Définition : L'**échelle** d'une reproduction est $e = \dfrac{\text{longueur sur figure reproduite}}{\text{longueur sur figure réelle}}$
RP2	5e	Après une reproduction à l'échelle e, les longueurs sont multipliées par e.
RP3	3e	Après une reproduction à l'échelle e, les aires sont multipliées par e^2.
RP4	3e	Après une reproduction à l'échelle e, les volumes sont multipliés par e^3.

SYMETRIE AXIALE

SA1	6e	Définition : L'image d'un point M par la **symétrie d'axe d** est le point M' tel que la droite d soit la médiatrice du segment [MM'].
SA2	6e	La symétrie axiale conserve : la nature des figures, les longueurs, les aires, les périmètres, les mesures des angles, le parallélisme et la perpendicularité.

SYMETRIE CENTRALE

SC1	5e	Définition : L'image d'un point M par la **symétrie de centre** O est le point M' tel que O soit le milieu du segment [MM'].
SC2	5e	La symétrie centrale conserve : la nature des figures, les longueurs, les aires, les périmètres, les mesures des angles, le parallélisme, la perpendicularité.
SC3	5e	Le symétrique d'une droite par rapport à un centre est une droite parallèle.

TRIANGLE

T1	6e	Définition : Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
T2	6e	Un triangle isocèle a deux angles de même mesure.
T3	6e	Si un triangle a deux angles de même mesure, alors ce triangle est isocèle.
T4	6e	Définition : Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a ses côtés de même longueur.
T5	5e	Un triangle équilatéral a ses angles qui mesurent 60°.
T6	5e	Si un triangle a ses angles qui mesurent 60°, alors ce triangle est équilatéral.
T7	4e	Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
T8	4e	Théorème réciproque de Pythagore : Dans un triangle ABC, si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.
T9		*Dans un triangle rectangle, le milieu de hypoténuse est à égale distance des sommets de ce triangle.*
T10		*Si M est un point du cercle de diamètre [AB], alors le triangle ABM est rectangle en M.*
T11	4e/3e	Théorème de Thalès : Dans un triangle ABC, si M est un point de (AB) et N un point de (AC) et que (MN) est parallèle à (BC) alors on a : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$
T12	3e	Théorème réciproque de Thalès : Si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre et que $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
T13		*Les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle.*
T14		*Définition : Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé.*
T15		*Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le **centre de gravité** de ce triangle.*
T16	5e	*Définition : Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.*
T17		*Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé l'**orthocentre** de ce triangle.*
T18		*Les bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé le **centre du cercle inscrit** à ce triangle.*
T19		*Définition : Dans un triangle, une **droite des milieux** est une droite qui passe les milieux de deux côtés de ce triangle.*
T20		*Dans un triangle, une droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un autre côté est une droite des milieux.*
T21		*Dans un triangle ABC, la droite des milieux qui coupe [AB] et [AC] passe par les milieux de ces segments.*
T22		*Dans un triangle ABC, la droite des milieux qui coupe [AB] et [AC] est parallèle à (BC).*
T23		*Dans un triangle ABC, si la droite des milieux coupe [AB] en M et [AC] en N, alors on a : $BC = 2 \times MN$.*
T24	4e	*Définition : Dans un triangle rectangle, le **cosinus** d'un angle est défini par :* $\cos = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$
T25	3e	*Définition : Dans un triangle rectangle, le **sinus** d'un angle est défini par :* $\sin = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$
T26	3e	*Définition : Dans un triangle rectangle, la **tangente** d'un angle est définie par* $\tan = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
T27		*Pour tout nombre x, on a : $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$ et $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$*

VOLUME, AIRE ET PÉRIMÈTRE

V1	6e	$1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3$
V2	6e	Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est : $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell = 2 \times (L + \ell)$
V3	6e	*Le périmètre d'un cercle de rayon r est $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$*
V4	6e	L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est : $\mathcal{A} = L \times \ell$
V5	5e	*L'aire d'un triangle de hauteur h et de base associée b est : $\mathcal{A} = \dfrac{b \times h}{2}$.*
V6	5e	*L'aire d'un disque de rayon r est $\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi r^2$*
V7	5e	*L'aire d'un parallélogramme de base b et de hauteur h est : $\mathcal{A} = b \times h$.*
V8	3e	*L'aire d'une sphère de rayon r est : $\mathcal{A} = 4 \pi r^2$*
V9	6e	Le volume d'un parallélépipède rectangle de longueur L, de largeur ℓ et de hauteur h est : $\mathcal{V} = L \times \ell \times h$
V10	5e	*Le volume d'un prisme droit de base $\mathcal{B}$ et de hauteur h est : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$*
V11	5e	*Le volume d'un cylindre de base $\mathcal{B}$ et de hauteur h est : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$*
V12	4e	Le volume d'une pyramide de base $\mathcal{B}$ et de hauteur h est : $\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$
V13	4e	Le volume d'un cône de base $\mathcal{B}$ et de hauteur h est : $\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{B} \times h}{3}$
V14	3e	Le volume d'une boule de rayon r est : $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \pi r^3$