principales connaissances numériques au collège *(en italique signifie qu'elle ne fait pas partie du socle commun)*

REGLES OPERATOIRES

R1	5^e 4^e 3^e	Règles de priorités de calcul : Pour effectuer un calcul comportant plusieurs opérations, on calcule : – d'abord les parenthèses – ensuite les puissances et les racines carrées – ensuite les multiplications et les divisions – enfin les additions et les soustractions Quand il y a plusieurs possibilités, on effectue la 1^e dans l'ordre de lecture. exemple : $7 \times 8 - 32 : (5 + 3) = 7 \times 8 - 32 : 8$ $= 56 - 32 : 8$ $= 56 - 4$ $= 52$
R2	5^e	Règle de l'opération manquante : Dans une calcul, si il manque une opération c'est qu'il s'agit d'une multiplication.
R3	5^e	Toute opération qui devra être effectuée lors du déroulement normal des règles de priorités de calcul peut être effectué dès le début.

FRACTION

F1	6^e	Notation fractionnaire : on peut écrire une division en utilisant une barre de fraction. On obtient alors une **fraction**. Le nombre du haut s'appelle le **numérateur** et celui du bas est le **dénominateur**. exemple : $74 : 10 = \frac{74}{10} = 7{,}4$
F2	6^e	Règle de simplification des fractions : k, a et b étant des nombres on a : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$ (on dit qu'on a simplifié la fraction par le nombre k qu'on barre) exemple : $\frac{\cancel{7} \times 5}{\cancel{7} \times 8} = \frac{5}{8}$
F3	6^e	Définition : Une **fraction irréductible** est une fraction qui ne peut plus être simplifiée (avec des nombres entiers !). exemple : $\frac{36}{48} = \frac{\cancel{6} \times 6}{\cancel{6} \times 8} = \frac{\cancel{2} \times 3}{4 \times \cancel{2}} = \frac{3}{4}$ donc $\frac{3}{4}$ est la fraction irréductible égale à $\frac{36}{48}$
F4	5^e 4^e	Règles d'addition et de soustraction des fractions : a, b, c étant des nombres on a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$
F5	5^e	Règle pour multiplier des fractions : a, b, c, d étant des nombres on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
F6	4^e	Définition : L'**inverse** de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$
F7	4^e	Règle pour diviser des fractions : a, b, c, d étant des nombres on a : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ autrement dit : diviser par $\frac{c}{d}$ revient à multiplier par son inverse $\frac{d}{c}$
F8	4^e	Fraction de fractions : On peut noter la division de fraction avec une barre de fraction, la barre étant à la hauteur du " = " étant celle de la division. exemple : $\frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2} : \frac{3}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
F9	5^e	*Règle des produits en croix : dire que deux fractions sont égales revient à dire que leurs produits en croix sont égaux.* exemples : $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ car $4 \times 9 = 6 \times 6 = 36$ mais $\frac{4}{5} \neq \frac{7}{8}$ car $4 \times 8 \neq 5 \times 7$
F10	4^e	Proportion : calculer une fraction d'une grandeur revient à multiplier la fraction et la grandeur. exemple : $\frac{3}{4}$ de 12 € fait $\frac{3}{4} \times 12 = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = \frac{3 \times 3 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 1} = 9$ €

PROPORTIONNALITE

PR1	6^e	Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si pour passer de la 1^e à la 2^e, on multiplie par un même nombre. exemple : j'achète des pommes à 1,2€ le kg. La masse et le prix des pommes sont des grandeurs proportionnelles.
PR2	6^e	Définitions : Un tableau de nombre à deux lignes est un **tableau de proportionnalité** si pour passer de la 1^e ligne à le 2^e il faut multiplier pas un même nombre qui s'appelle alors le **coefficient de proportionnalité** du tableau. Autrement dit : c'est un tableau dont les grandeurs des deux lignes sont proportionnelles.
PR3		Le coefficient de proportionnalité d'un tableau de proportionnalité s'obtient en divisant le nombre du bas d'une colonne par celui du haut de cette colonne.
PR4		On obtient une nouvelle colonne d'un tableau de proportionnalité en "additionnant ou soustrayant d'autres colonnes".
PR5		On obtient une nouvelle colonne d'un tableau de proportionnalité en "multipliant une colonne par un nombre".
PR6		Règle de trois : Pour trouver le nombre manquant d'un tableau de proportionnalité qui contient deux colonnes, on utilise la formule $\frac{\text{multiplication des 2 nombres de la diagonale}}{\text{le } 3^e \text{ nombre}}$ exemples : Masse en kg : 5 ; 8 — Prix en € : 6 ; → $\frac{6 \times 8}{5} = 9{,}6$ € **présentation pratique** : 5 kg → 6 € 8 kg → $\frac{6 \times 8}{5} = 9{,}6$ €
PR7	3^e	Augmentation ou diminution d'un pourcentage : Augmenter (ou diminuer) une grandeur de x % revient en calculer $100 + x$ % (ou $100 - x$ %). exemple : un pull à 24 € est soldé de 20%. on ne paye donc que 80% = 100% – 20% de son prix. Son nouveau prix est de $24 \times \frac{80}{100} = 24 \times 0{,}8 = 19{,}2$€
PR8	3^e	*Une situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire.*

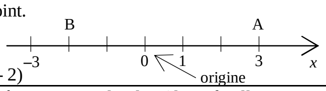
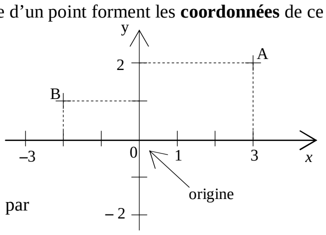
NOMBRES RELATIFS

NR1	5^e	définitions des nombres relatifs : les nombres précédés d'un " – " sont les **nombres négatifs**, ceux précédés d'un " + " ou de rien sont les **nombres positifs**. Ensemble, les nombres positifs et les nombres négatifs forment les **nombres relatifs**. exemple : – 5,7 est un nombre relatif. " – " est son **signe** et "5,7" est sa **partie numérique** (ou **valeur absolue**, ou **distance à zéro**)
NR2	5^e	Comparaison des nombres relatifs : les nombres relatifs sont rangés dans le même ordre que les températures auxquelles ils correspondent. exemple : $-12 < -3 < 0 < 54$
NR3	5^e	Définition : L'**opposé** d'un nombre relatif est le nombre qu'on obtient en changeant son signe. Exemple : l'opposé de – 7,3 est + 7,3
NR4	5^e	Règle de simplification des signes : lors de l'addition ou la soustraction de nombres relatifs, on peut remplacer deux signes qui se suivent par un seul "+" si ces signes sont les mêmes et par un seul "–" si ils sont différents. exemple : $-(+4) - (-8) + (-3) = -4 + 8 - 3$
NR5	5^e	Méthode pour additionner deux nombres relatifs : 1°) le signe du résultat est celui du nombre qui a la plus grande partie numérique. 2°) pour trouver la partie numérique du résultat, on additionne les parties numériques des deux nombres si ces nombres ont le même signe et on les soustrait (le plus grand – le plus petit) sinon. exemple : $(-7) + (+12) = +5$
NR6	5^e	définition des sommes : une **somme** est un calcul dans lequel on additionne des nombres qui sont alors appelés les **termes** de cette somme. exemples : $4 + (-7) + (+2)$ est la somme des termes 4 ; – 7 et + 2 donc 4 – 7 + 2 est aussi la somme des termes 4 ; – 7 et + 2 Dans une écriture simplifiée, un terme contient son signe.
NR7	5^e	Commutativité des sommes : Pour calculer une somme, on peut changer l'ordre des termes et les regrouper comme on veut. exemples : $(-7) + (+12) = (+12) + (-7)$ et $-7 + 12 = 12 - 7 = 5$ $-15{,}7 \cancel{+8{,}4} - 4{,}3 \cancel{-8{,}4} + 12 = -20 + 12 = -8$
NR8	4^e	Règle du signe du produit : pour connaître le signe du résultat d'un calcul qui ne contient que des multiplications et des divisions, il suffit de compter le nombre "–" : si ce nombre est pair le résultat est positif, si il est impair le résultat est négatif.
NR9	4^e	Méthode pour calculer les multiplications et les divisions : pour effectuer un calcul ne contenant que des multiplications et des divisions il faut trouver 1°) le signe du résultat avec la règle du signe du produit 2°) la partie numérique du résultat en effectuant le calcul sans les signes. exemple : $\frac{-12}{+3} \times (-5) : (-2) = -4 \times 5 : 2 = -10$

CALCUL LITTERAL (dans les expressions les lettres désignent des nombres)

C1	4^e	Définition : **Réduire une expression** consiste à regrouper et calculer ce qui peut l'être. exemples : $7x + 3 - 2x + 6 = 5x + 9$ $8x \times 2 + 2x \times 3x - 5x + x^2 = 16x + 6x^2 - 5x + x^2 = 11x + 7x^2$
C2	4^e	*Règles de distributivité simple (ou développement simple) :* $k(a + b) = k \times a + k \times b$ et $k(a - b) = k \times a - k \times b$ remarque : on peut dire que k se distribue sur a et b exemples : $2(L + \ell) = 2L + 2\ell$ et $18 \times 12 - 18 \times 7 = 18 \times 5$
C3	4^e	*Règles de distributivité double (ou développement double) :* $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ remarque : on peut dire que a et b se distribuent sur c et sur d. exemples : $(x + 3)(2 + 4x) = 2x + 4x^2 + 6 + 12x = 4x^2 + 16x + 6$ car $x \times 2 = 2x$ et $x \times 4x = 4x^2$ $(2x - 3)(4x - 5) = 8x^2 - 10x - 12x + 15 = 8x^2 - 22x + 15$ car $2x \times 4x = 8x^2$ et $2x \times -5 = -10x$ et $-3 \times -5 = +15$
C4	4^e	*Cas particulier 1 : on peut généraliser C2 à : k (a + b + c…) = ka + kb + kc… Lorsqu'un " – " ou un " + " ne s'adresse qu'à une parenthèse on rajoute un "1" entre le signe et la parenthèse puis on développe.* exemple : $4 - (2x + 9 - 4x^2) = 4 - \mathbf{1}(2x + 9 - 4x^2) = 4 - 2x - 9 + 4x^2$ $= -5 - 2x + 4x^2$
C5	4^e	*Cas particulier 2 : Lorsqu'un " – " devant une parenthèse s'adresse à plus que cette parenthèse on met entre crochets à qui s'adresse le " – ", on développe ce qu'il y a entre crochets puis on fait C3.* exemple : $7 - (6 - x)(2x - 3) = 7 - [(6 - x)(2x - 3)] = 7 - 1(12x - 18 - 2x^2 + 3x)$ $= 7 - 12x + 18 + 2x^2 - 3x = 25 - 15x + 2x^2$
IR1 IR2 IR3	3^e 3^e 3^e	*Formules de identités remarquables (ou égalités remarquables) :* $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ exemples : $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ car $2ab = 2 \times x \times 3 = 6x$ $(5x - 2)^2 = 25x^2 - 20x + 4$ car $a^2 = a \times a = 5x \times 5x = 25x^2$ $(8x + 7)(8x - 7) = 64x^2 - 49$
C6	3^e	Définition : **Développer** une expression consiste à appliquer les règles de distributivité et les identités remarquables dans le sens de gauche à droite. **Factoriser** une expression consiste à appliquer ces règles dans le sens de droite à gauche pour écrire finalement l'expression comme un produit de facteurs. exemples : $4x(5 - 2x) = 20x - 8x^2$ est un développement $49 - 42x + 9x^2 = (7 - 3x)^2$ est une factorisation (avec IR2)
C7	3^e	*Méthode de factorisation simple : On souligne le facteur commun qu'on recopie puis on recopie ce qui n'est pas souligné à la suite des crochets qu'il faudra réduire.* *exemple :* $7(5x - 3) - (5x - 3)(x - 4) = (5x - 3)[7 - (x - 4)]$ $= (5x - 3)[7 - x + 4] = (5x - 3)(11 - x)$

REPERAGE

R1	5e	<u>Repérage sur une droite</u> : Un point d'une droite graduée est repéré par un nombre qui s'appelle l'**abscisse** de ce point. exemples : l'abscisse de A est 3 on le note A(3). On a aussi B(– 2) 
R1	5e	<u>Repérage dans le plan</u> : Pour repérer un point du plan (de sa feuille par exemple), on utilise deux droites graduées ayant la même origine. Un point du plan est repéré par deux nombres : ● on lit son **abscisse** sur l'**axe des abscisses** (axe horizontal) ● on lit son **ordonnée** sur l'**axe des ordonnées** (axe vertical) Ensemble, l'abscisse et l'ordonnée d'un point forment les **coordonnées** de ce point. exemples : l'abscisse de A est 3 l'ordonnée de A est 2 les coordonnées de A sont (3 ; 2) On note A (3 ; 2) On a aussi B (– 2 ; 1) Attention : on commence toujours par l'abscisse dans les coordonnées.  remarque : les lignes en pointillés sont parallèles aux axes. C'est qu'il faudrait respecter pour placer des points dans repère dont les axes ne seraient pas perpendiculaires.

EQUATION

E1	5e	<u>Définition</u> : Une **équation** est une égalité qui contient un nombre inconnu en général nommé x . exemple : $(x + 8) : 5 = 2x - 11$
E2	5e	<u>Définitions</u> : Une **solution d'une équation** est un nombre qui rend l'égalité vraie lorsqu'on remplace x par ce nombre. **Résoudre une équation** consiste à trouver toutes ses solutions. exemple : 12 n'est pas solution de l'équation ci-dessus car $(12 + 8) : 5 = 4$ et $12 \times 2 - 11 = 13$ donc on n'a pas $(12 + 8) : 5 = 2 \times 12 - 11$ 7 est solution de l'équation ci-dessus car $(7 + 8) : 5 = 3$ et $7 \times 2 - 11 = 3$ donc on a $(7 + 8) : 5 = 2 \times 7 - 11$
E3	4e	<u>Règle de la somme pour les équations</u> : Pour résoudre une équation on peut ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés. exemple : $x - 12{,}3 = 7{,}8$ donc $x \cancel{- 12{,}3} \cancel{+ 12{,}3} = 7{,}8 + 12{,}3$ donc $x = 20{,}1$
E4	4e	<u>Règle du produit pour les équations</u> : Pour résoudre une équation on peut multiplier ou diviser les deux côtés par un même nombre. exemples : $\frac{x}{7} = 9$ donc $\frac{x}{\cancel{7}} \times \cancel{7} = 9 \times 7$ donc $x = 63$ $\frac{2x}{5} = \frac{3}{4}$ donc $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$ donc $x = \frac{15}{8}$ Exemple de résolution plus complexe : $8x + 3 = 5x + 15$ donc $8x \cancel{+ 3} \cancel{- 3} - 5x = \cancel{5x} + 15 - 3 \cancel{- 5x}$ donc $\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{12}{3}$ donc $x = 4$ en pratique, on finit par ne plus écrire ce qui va se simplifier ce qui donne : $8x + 3 = 5x + 15$ donc $8x - 5x = 15 - 3$ donc $3x = 12$ donc $x = 4$
E5	4e	<u>Règle de trois pour les équations</u> : pour trouver le nombre manquant lors d'une égalité de deux fractions, on utilise la même formule de la règle de trois (voir PR6). exemple : $\frac{7}{x} = \frac{9}{4}$ donc $x = \frac{7 \times 4}{9} = \frac{28}{9}$
E6	3e	*<u>équation produit</u> : pour qu'un produit de facteurs soit nul il faut et il suffit qu'un de ses facteurs soit nul.* exemple : résolvons l'équation $(2x - 6) (x + 8) = 0$ Pour que le produit des facteurs $2x - 6$ et $x + 8$ soit nul il faut et il suffit qu'un des facteurs soit nul. Donc $2x - 6 = 0$ ou $x + 8 = 0$ donc $x = 3$ ou $x = -8$. Les solutions sont donc $x = 3$ et $x = -8$
E7	3e	*<u>Equation carrée</u> : les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$* exemple : $x^2 = 9$ a pour solution $x = 3$ et $x = -3$

PUISSANCES

P1	4e	<u>Définition</u> : Considérons un nombre x et un nombre entier n. $x^0 = 1$; $x^1 = x$; $x^2 = x \times x$ est x **au carré** ; $x^3 = x \times x \times x$ est x **au cube** $x^n = x \times x \times \ldots \times x$ avec n fois le nombre x est x **puissance** n. $x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{x \times x \times \ldots \times x}$ avec n fois le nombre x . Remarque : on peut aussi dire **exposant** à la place de puissance. exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$; $10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0{,}001$ $(-3)^4 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = 81$; $-3^4 = -3\times3\times3\times3 = -81$
P2	4e	*<u>Règles des puissances</u> : x , y étant des nombres et p, q étant des nombres entiers, on a :* $x^p \times x^q = x^{p+q}$
P3	4e	$\frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}$
P4	4e	$\frac{x^p}{y^p} = \left(\frac{x}{y}\right)^p$
P5	4e	$x^p \times y^p = (x \times y)^p$
P6	4e	$(x^p)^q = x^{p \times q}$ *exemples : $5^3 \times 5^4 = 5^7$; $\frac{8^5}{8^7} = 8^{-2}$; $9^3 \times 2^3 = 18^3$; $\frac{15^{-4}}{5^{-4}} = 3^{-4}$; $(7^{-2})^3 = 7^{-6}$*
P7	4e	*<u>Notation scientifique</u> : Tout nombre décimal peut s'écrire comme le produit d'un nombre n'ayant qu'un seul chiffre (qui n'est pas zéro) avant la virgule et d'une puissance de dix. Cette écriture s'appelle une **écriture scientifique**.* exemples : $\underbrace{54\,000\,000}_{7 \text{ chiffres}} = 5{,}4 \times 10^7$ (cas des grands nombres) $\underbrace{0{,}000\,005}_{6 \text{ zéros}}\,78 = 5{,}78 \times 10^{-6}$ (cas des petits nombres)

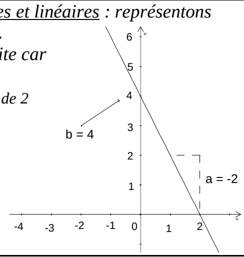
DECIMAUX

D1	6e	<u>définitions</u> : L'écriture décimale d'un nombre est l'écriture de ce nombre avec une virgule (si besoin) et sans zéros inutiles. exemple : l'écriture décimale de 0045,70 est 45,7.
D2	6e	<u>troncature</u> : la troncature à 2 (par exemple) chiffres après la virgule (ou à 0,01 près) d'un nombre est le nombre qu'on obtient en enlevant tous les chiffres après le 2e. exemple : la troncature de 74,4598 à 0,01 près est 74,45
D3	6e	<u>arrondi</u>: l'arrondi à 2 (par exemple) chiffres après la virgule (ou à 0,01 près) d'un nombre est le nombre qui a au plus deux chiffres après la virgule et qui est le plus proche du nombre en question. Pour trouver l'arrondi à 2 chiffres après la virgule, il suffit de regarder le 3e chiffre après la virgule. Si ce chiffre est plus petit que 5, l'arrondi correspond à la troncature, sinon il vaut la troncature augmentée de 0,01. Exemples : l'arrondi de 854,7856 à 0,01 près est 854,79

PROBABILITES

P1	3e	<u>Définitions</u> : Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Une **issue** d'une expérience aléatoire est tout résultat de cette expérience. Un **événement** est un ensemble d'issues. exemple : lancer un dé à 6 faces est une expérience aléatoire "obtenir un 6" est une issue "obtenir un nombre pair" est un évènement qui contient 3 issues
P2	3e	<u>Définitions</u> : Une expérience aléatoire est dite **équiprobable** si chacune de ses issues a la même chance d'être obtenue. Si cette expérience a N issues au total, la **probabilité** d'une issue est alors $\frac{1}{N}$ La probabilité d'un évènement E est **P (E) =** $\frac{\textbf{nombre d'issues de E}}{\textbf{nombre d'issues total}}$ l'exemple précédent est équiprobable : notons E = "obtenir un nombre pair". $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ce qui signifie qu'on a 1 chance sur 2 d'obtenir un nombre pair. remarque : une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
P2	3e	*<u>cas des expériences non équiprobables</u> : Considérons un évènement E d'une expérience aléatoire. Pour estimer P(E), une méthode consiste à répéter n fois l'expérience et à compter le nombre k de fois où E s'est réalisé. On aura alors $P(E) \approx \frac{k}{n}$ et plus n sera grand, plus l'estimation sera bonne. exemple : on lance une punaise. Si E = "la punaise tombe sur la pointe". Imaginons qu'on fasse 50 fois l'expérience et qu'on trouve que E ait été réalisé 20 fois. On pourra alors estimer que $P(E) \approx \frac{20}{50} \approx \frac{2}{5}$*

FONCTION

F1	3e	<u>Notations et définitions</u> : "être fonction de" signifie "dépendre de" Une **fonction** de la ***variable*** x est un nombre qui est fonction du nombre x. $A = 3 (2x - 4)$ est une fonction. Pour indiquer que le nombre A dépend du nombre x, on écrit : $A (x) = 3 (2x - 4)$ ou bien $A : x \mapsto 3 (2x - 4)$ Pour calculer A lorsque $x = 5$, on écrit $A (5) = 3 (2 \times 5 - 4) = 18$
F2	3e	*<u>Définitions</u> : Considérons une fonction f tel que f (4) = 10 10 est l'**image** de 4 et 4 est l'**antécédent** de 10 par la fonction f.*
F3	3e	*<u>Définitions</u> : Considérons deux nombres a et b fixés (donc pas variables !). $f (x) = a x + b$ est la **fonction affine** de **coefficient directeur** a et d'**ordonnée à l'origine** b.*
F4	3e	*$g(x) = a x$ est la **fonction linéaire** de **coefficient directeur** a.* exemples : $f (x) = 5x - 2$ est la fonction affine de coefficient directeur 5 et d'ordonnée à l'origine -2 $g (x) = -3x$ est la fonction linéaire de coefficient directeur -3
F5	3e	*La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.*
F6	3e	*La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.*
F7	3e	*<u>représentation graphique des fonctions affines et linéaires</u> : représentons graphiquement la fonction $f (x) = -2x + 4$. La représentation graphique de f est une droite car c'est une fonction affine. **tableau de valeur** (2 valeurs suffisent car il suffit de 2 points pour tracer une droite)* *x* : 0, 2 — *f (x)* : 4, 0 

RACINES CARREES

RA1	4e	<u>Définitions</u> : Considérons x un nombre positif. On appelle "racine carrée de x " et on note $\sqrt{x}$ le nombre dont le carré est x. exemple : $\sqrt{81} = 9$ car $9^2 = 81$
RA2	3e	<u>Règles des racines carrées</u> : x et y étant des nombres positifs on a : $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2 = x$
RA3	3e	$\sqrt{x \times y} = \sqrt{x} \times \sqrt{y}$
RA4	3e	$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
RA5	3e	$\sqrt{x^2 \times y} = x \sqrt{y}$ exemples : $\sqrt{3^2} = 3$; $(\sqrt{7})^2 = 7$; $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\sqrt{25 \times 9} = \sqrt{25} \times \sqrt{9} = 5 \times 3 = 15$; $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$; $\sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$
RA6	3e	*<u>Simplification des racines carrées</u> : Tout comme les fractions, on peut simplifier des racines en les réécrivant avec des nombres plus petits grâce à RA5.* exemples : $\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5}$ et $7\sqrt{20} = 7\sqrt{2^2 \times 5} = 14\sqrt{5}$ car $7 \times 2 = 14$ exemple avec développement : $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \sqrt{5}^2 - \sqrt{2}^2 = 5 - 2 = 3$

ARITHMETIQUE

A0

*<u>Définitions</u> : l'**arithmétique** est la partie des mathématiques dans laquelle on étudie les nombres entiers.*

A1 — 6^e

<u>Définitions</u> : on a par exemple 48 × 52 = 1496
On dit que 1496 est un **multiple** de 48, ou que 48 est un **diviseur** de 1496 ou que 1496 est **divisible** par 48.

A2 — 6^e

<u>Critères de divisibilité</u> :
- par 2 : les nombres qui sont dans la table de 2 (donc qui sont divisibles par 2) sont les nombres **pairs**. Ce sont ceux qui se terminent par 0 ;2 ;4 ;6 ;8. (les nombres **impairs** sont les autres nombres)
- par 5 : les nombres divisibles par 5 sont ceux qui se terminent par 0 ou 5.
- par 10 : les nombres divisibles par 5 sont ceux qui se terminent par 0.
- *par 3 (ou 9) : pour savoir si un nombre est divisible par 3 (ou 9), il suffit d'additionner ses chiffres. Si le résultat est dans la table de 3 (ou 9), c'est que le nombre est divisible par 3 (ou 9).*

exemple : 123455 est divisible par 2 ;3 ;5 mais pas par 9 (1+2+3+4+5= 15) ni 10

A3 — 6^e

<u>Définitions</u> : Considérons deux nombres entiers a et b. La **division euclidienne** de a par b correspond à la division de a par b qui s'arrête avant la virgule quand on pose la division.
Il existe donc q (quotient) et r (reste) tel que : a = b × q + r avec r < b

$$\begin{array}{r|l} 72\ (a) & 15\ (b) \\ -\ 60\quad & 4\ (q) \\ \hline 12\ (r) & \end{array}$$

exemple : 72 = 15 × 4 + 12 est la division euclidienne de 72 par 15

A4 — 3^e

<u>Définitions</u> : Considérons deux nombres entiers a et b. On note **PGCD**(a ;b) le Plus Grand Commun Diviseur de a et b.
exemple : PGCD(12 ; 18) = 6

A5 — 3^e

<u>Calcul du PGCD</u> : pour calculer un PGCD on peut enlever à un nombre un multiple d'un autre nombre.
exemple : PGCD(208 ; 585) = PGCD(208 ; 585 – 2 × 208) = PGCD(208 ; 169)
= PGCD(208 – 169 ; 169) = PGCD(39 ; 169)
= PGCD(39 ; 169 – 4 × 39) = PGCD(39 ; 13)
= 13
remarque : cette méthode permet de calculer le PGCD de plus de 2 nombres.

A6 — 3^e

<u>Présentation selon l'algorithme d'Euclide</u> : le calcul précédent s'écrit

a	b	division euclidienne de a par b	reste
585	208	585 = 2 × 208 + 169	169
208	169	208 = 1 × 169 + 39	39
169	39	169 = 4 × 39 + 13	13
39	13	39 = 3 × 13	0

Le PGCD est le dernier reste non nul du tableau, donc PGCD(585 ;208) = 13

A7 — 3^e

*<u>Définition</u> : deux nombres entiers sont **premiers entre eux** si leur PGCD vaut 1, autrement dit, si ils n'ont aucun diviseur commun autre que 1.*

A8 — 3^e

<u>Application à la simplification des fractions</u> : pour simplifier une fraction et obtenir en une seule fois une fraction irréductible, il faut la simplifier par le PGCD du numérateur et du dénominateur.
Une fraction est donc irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.
exemples : PGCD (36 ;48) = 12. $\frac{36}{48} = \frac{3 \times \cancel{12}}{4 \times \cancel{12}} = \frac{3}{4}$

$\frac{1456}{1457}$ est une fraction irréductible car :
PGCD(1456 ;1457) = PGCD(1456 ;1457 – 1456) = PGCD(1456 ;1) = 1
donc 1456 et 1457 sont premiers entre eux.

SYSTEME D'EQUATIONS

SE1 — 3^e

*<u>Définitions</u> : Voici un **système de deux équations à deux inconnues***

$$\begin{cases} 6x - 5y = 25 \\ 4x + 3y = 61 \end{cases}$$

*Une **solution** d'un tel système est une valeur de x et une valeur de y qui sont solutions des deux équations.*
***Résoudre** un tel système consiste à trouver ses solutions.*
exemple : x = 5 et y = 1 n'est pas solution car la 2^e équation n'est pas vérifiée.
x = 10 et y = 7 est solution car les 2 équations sont vérifiées.

SE2 — 3^e

<u>Règle pour résoudre un système d'équation</u> : pour résoudre un système d'équation on peut : • multiplier une équation par un nombre
• additionner ou soustraire les deux équations

<u>exemple de résolution du système par la méthode des combinaisons</u> :

$$\begin{cases} 6x - 5y = 25 \\ 4x + 3y = 61 \end{cases}$$

donc $\begin{cases} -12x + 10y = -50 & \text{multiplication par } -2 \\ 12x + 9y = 183 & \text{multiplication par } 3 \end{cases}$ *on a "aligné" les x à 12*

donc $\begin{cases} 19y = 133 & \text{addition des 2 équations pour trouver } y \\ 4x + 3y = 61 & \text{une équation (la plus simple) pour trouver } x \end{cases}$

donc $\begin{cases} y = 7 & \text{on trouve } y \\ 4x + 21 = 61 & \text{on remplace } y \text{ par sa valeur dans l'autre équation} \end{cases}$

donc $\begin{cases} y = 7 \\ 4x = 40 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases}$ *on résout la 2^e équation pour trouver x*

<u>exemple de résolution d'un système par la méthode de substitution</u> :

$\begin{cases} 4x + y = 10 \\ 7x - 3y = 27 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 10 - 4x & \text{on a isolé } y \\ 7x - 3y = 27 \end{cases}$

donc $\begin{cases} y = 10 - 4x \\ 7x - 3(10 - 4x) = 27 & \text{on remplace } y \text{ par } 10 - 4x \text{ dans l'autre équation} \end{cases}$

on résout ensuite l'équation qui ne contient plus qu'un nombre inconnu

donc $\begin{cases} y = 10 - 4x \\ 7x - 30 + 12x = 27 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 10 - 4x \\ 19x = 57 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 10 - 4x \\ x = 3 \end{cases}$

donc $\begin{cases} y = 10 - 12 & \text{on remplace } x \text{ par sa valeur dans l'autre équation} \\ x = 3 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$

vocabulaire : "substituer" signifie "remplacer".

INEQUATION

I1 — 3^e

<u>Définitions</u> : De la même manière qu'avec le symbole " = " ont fait des égalités et des équations, avec les symboles "<", ">", "≤" (inférieur ou égal), "≥" (supérieur ou égal) ont fait des **inégalités** et des **inéquations**.
exemples : 7 < 10 est une inégalité tout comme 9 ≥ 9
$8x - 7 > 4x + 1$ est une inéquation

I2 — 3^e

<u>Définitions</u> : Les notions de solution et de résolution sont les mêmes pour les inéquations que pour les équations.
exemple : 3 est solution de l'inéquation ci-dessus car 8 × 3 – 7 > 4 × 3 + 1
1 n'est pas solution de l'inéquation ci-dessus car on n'a pas 8 × 1 – 7 > 4 × 1 + 1

I3 — 3^e

<u>Règle de la somme pour les inéquations</u> : Pour résoudre une inéquation on peut ajouter ou soustraire un même nombre des deux côtés.

I4 — 3^e

<u>Règle du produit pour les inéquations</u> : Pour résoudre une équation on peut multiplier ou diviser les deux côtés par un même nombre à condition de changer le sens se l'inégalité si ce nombre est négatif.

exemples : $\frac{x}{7} \le 9$ donc $\frac{x}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \le 9 \times 7$ donc $x \le 63$

les solutions sont donc tous les nombres inférieurs à 63, avec 63 inclus.

$-3x < 12$ donc $\frac{\cancel{-3}\,x}{\cancel{-3}} > \frac{12}{-3}$ donc $x > -4$

les solutions sont donc tous les nombres supérieurs à – 4 (– 4 étant exclus).
Exemple de résolution plus complexe : $8x + 3 > 5x + 15$
donc $8x\ \cancel{+3}\ \cancel{-3} - 5x > \cancel{5x} + 15 - 3\ \cancel{-5x}$

donc $\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} > \frac{12}{3}$ *donc* $x > 4$

en pratique, on finit par ne plus écrire ce qui va se simplifier ce qui donne :
$8x + 3 > 5x + 15$ donc $8x - 5x > 15 - 3$ donc $3x > 12$ donc $x > 4$

STATISTIQUES

ST1 — 3^e

<u>Définitions</u> : Une **série statistique** est une suite de nombres correspondant à un **caractère** d'une **population**.
exemple : cette série statistique donne la taille en centimètres des élèves latinistes de la classe de 5^e1 : 153 ; 153 ; 163 ; 164 ; 169 ; 170 ; 170 ; 170
population : les élèves latinistes de la classe de 5^e1
caractère : la taille

ST2 — 5^e

<u>Définitions</u> : l'**effectif** est le nombre d'éléments dans chaque catégorie.
exemple : l'effectif de 170 est 3 (voir ci-dessus).

ST3 — 5^e

<u>Définitions</u> : l'**effectif total** est le nombre d'éléments en tout.
exemple : l'effectif total est de 8 élèves (voir ci-dessus).

ST4 — 5^e

<u>Définitions</u> : la **fréquence** est l'effectif exprimé en pourcentage ou en proportion (fraction)
exemple : la fréquence de 170 est de $\frac{3}{8}$ donc de $\frac{3}{8} \times 100 = 37{,}5$ %

ST4 — 5^e

<u>exemple avec des représentations graphiques</u> : en 5^e1 les élèves font de l'anglais, de l'allemand et de l'espagnol et voici leur répartition.

	anglais	allemand	espagnol	total
effectif	12	6	7	25
fréquence (%)	48	24	28	100
angle	173	86	101	360

histogramme ou **diagramme à barres**

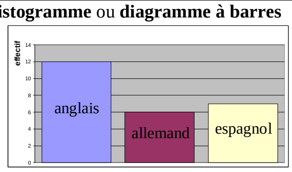
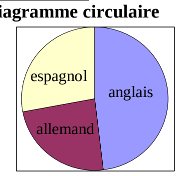


diagramme circulaire



remarque : effectifs, fréquences et angles sont des grandeurs proportionnelles deux à deux.

ST5 — 3^e

*<u>Définitions</u> : l'**étendue** d'une série statistique est la différence entre sa plus grande valeur et sa plus petite valeur.*
exemple : l'étendue est ici de 170 – 153 = 17 cm

ST6 — 4^e

<u>Calcul de la moyenne d'une série statistique</u> :

$$\frac{1^{er}\text{ nombre} \times \text{son effectif} + 2^e\text{ nombre} \times \text{son effectif} \ldots}{\text{effectif total}}$$

exemple : $\frac{153 \times 2 + 163 + 164 + 169 + 170 \times 3}{8} = 164$ cm

ST7 — 3^e

*<u>Définitions</u> : la **médiane** d'une série statistique est une valeur qui coupe cette série en deux séries de même effectif lorsque cette série est rangée dans l'ordre croissant (ou décroissant).*
exemple : 165 est une médiane de l'exemple
Le nombre de cette définition n'existant pas toujours, on choisit comme médiane si l'effectif total de la série est N :
- *si N : 2 tombe juste on prend la moyenne entre l'élément du rang N : 2 et le suivant*
- *si N : 2 ne tombe pas juste on prend l'élément de rang d'après N : 2*

exemples : on choisit donc plutôt (164 + 169) : 2 = 166,5 comme médiane pour la série
pour la série 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 on choisit 8 qui est le 3^e élément (5 : 2 = 2,5)

ST8 — 3^e

*<u>Définitions</u> : les **quartiles** d'une série statistique sont les valeurs qui coupent cette série en 4 séries de même effectif lorsque cette série est rangée dans l'ordre croissant (ou décroissant). Il y a 3 quartiles Q_1 ; Q_2 (médiane) et Q_3.*
Comme pour la médiane, ce nombre n'existant pas toujours, on choisit comme quartiles si l'effectif total de la série est N :
- *pour Q_1, si N : 4 tombe juste on prend la moyenne entre l'élément du rang N : 4 et le suivant, sinon on prend l'élément de rang d'après N : 4*
- *pour Q_3, si 3×N : 4 tombe juste on prend la moyenne entre l'élément du rang 3×N:4 et le suivant, sinon on prend l'élément de rang d'après 3×N:4*

exemples : 8 : 4 = 2 donc Q_1 = (153 + 163) : 2 = 158
3×8:2 = 6 donc Q_3 = (170 + 170) : 2 = 170
pour la série 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 on choisit Q_1 = 7 (2^e élément car 5 : 4 = 1,25)
et Q_3 = 9 (4^e élément car 3×5 : 4 = 3,75)