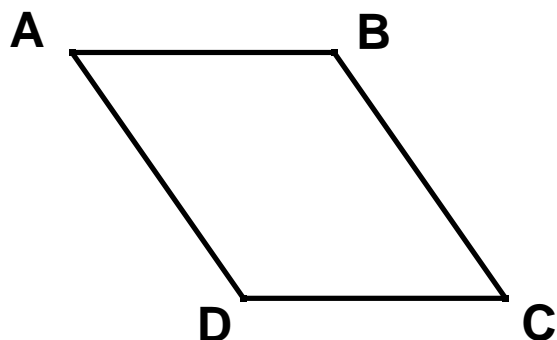


Chapitre : Les parallélogrammes

I Généralités

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

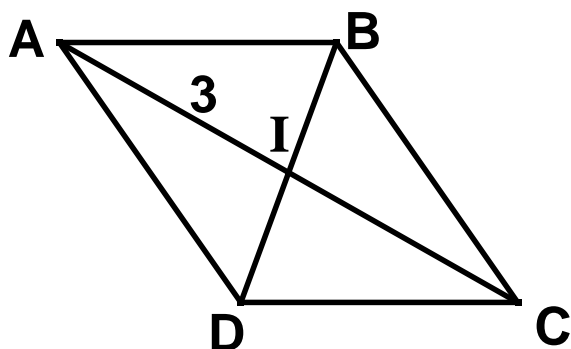


$(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$

ABCD est un parallélogramme

II Diagonales

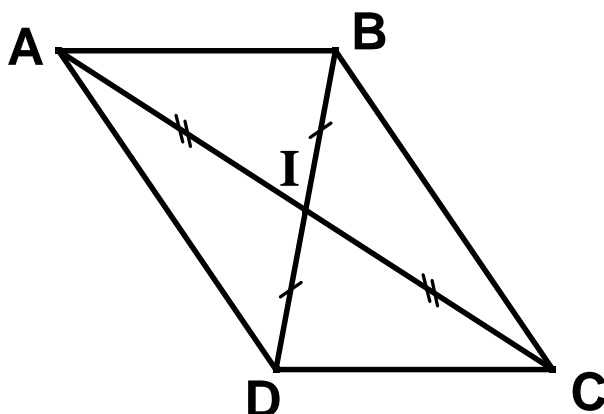
Propriété des diagonales d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.



ABCD est un parallélogramme de centre I et $AI = 3$ cm

Exemple : $AC = 3 \times 2 = 6$ cm car les diagonales du parallélogramme ABCD se coupent en leur milieu.

Propriété réciproque des diagonales d'un parallélogramme : Un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

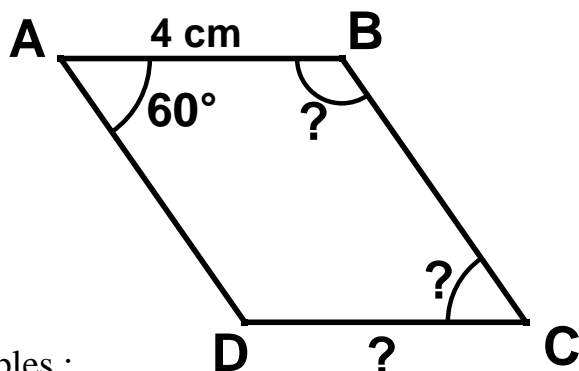


Exemple : ABCD est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

III Angles et longueurs

Propriété des côtés d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur.

Propriétés des angles d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses angles opposés de même mesure et ses angles consécutifs supplémentaires.

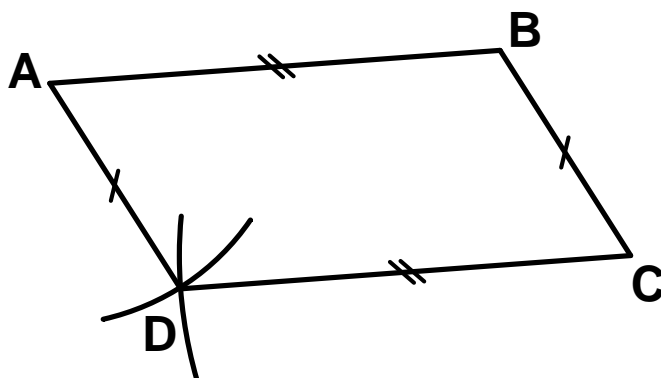


ABCD est un parallélogramme

Exemples :

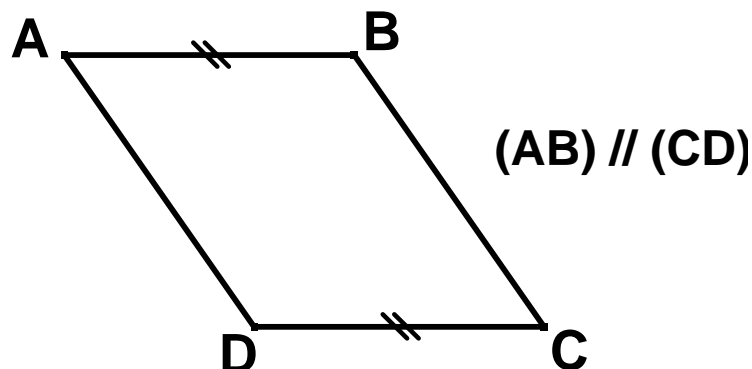
- $CD = 4 \text{ cm}$ car les côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.
- $\widehat{BCD} = 60^\circ$ car les angles opposés du parallélogramme ABCD ont la même mesure.
- $\widehat{ABC} = 180 - 60 = 120^\circ$ car les angles consécutifs du parallélogramme ABCD sont supplémentaires.

Propriété réciproque des côtés d'un parallélogramme : Un quadrilatère (non croisé) qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.



Exemple : ABCD est un parallélogramme car ses côtés opposés ont la même longueur.

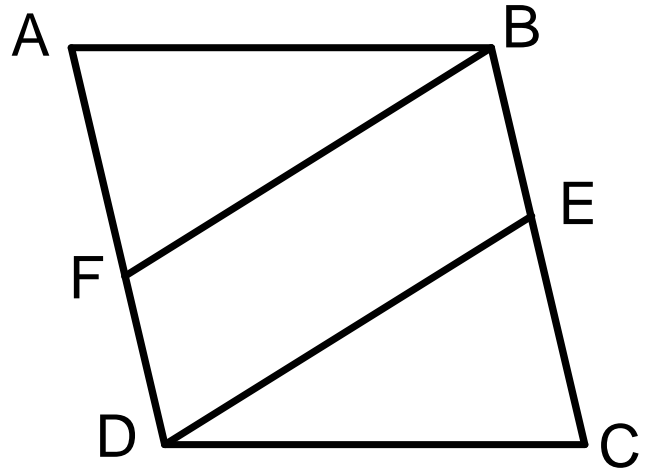
Propriété réciproque avec deux côtés d'un parallélogramme : Un quadrilatère (non croisé) ayant une paire de côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.



Exemple : ABCD est un parallélogramme car ses côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont parallèles et de même longueur.

Feuille d'exercices sur les parallélogrammes

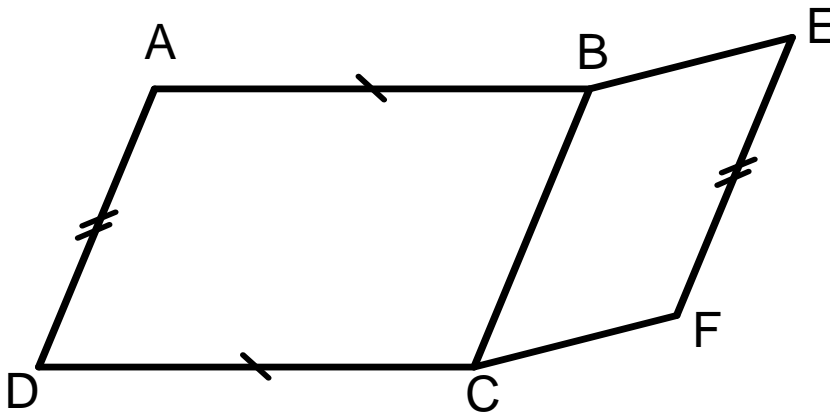
Exercice 1 : Sur la figure suivante, ABCD est un parallélogramme et les droites (FB) et (ED) sont parallèles.



Prouve que BEDF est un parallélogramme.

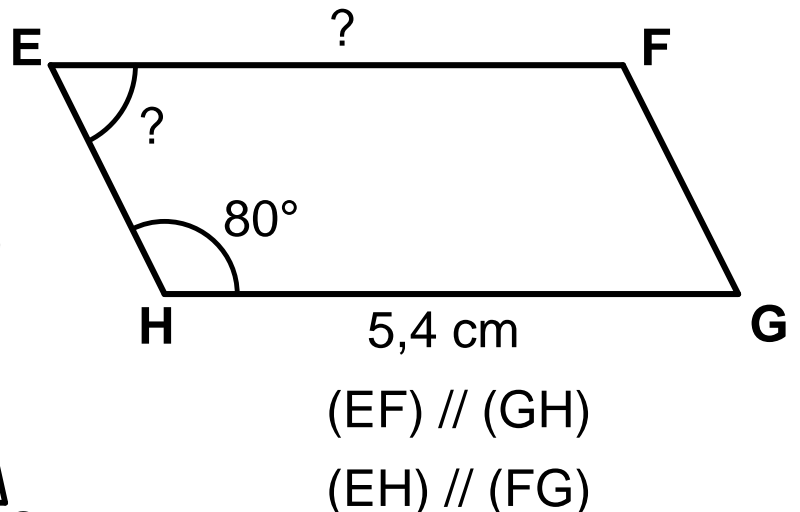
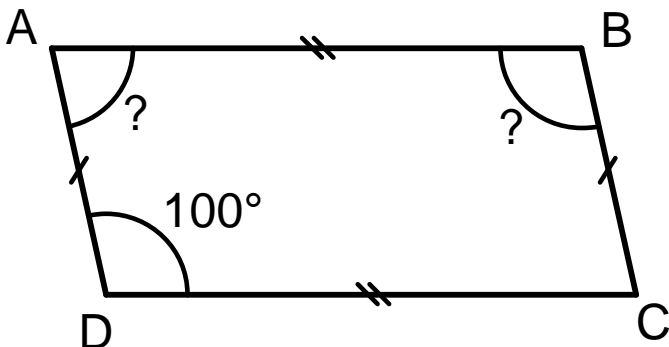
Exercice 2 : Trace un parallélogramme EFGH de centre O tel que :
 $OE = 3 \text{ cm}$; $EF = 6 \text{ cm}$; $OF = 4 \text{ cm}$

Exercice 3 : On considère la figure suivante où BEFC est un parallélogramme.



Prouve que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 4 : Réponds aux questions posées sur les figures ci-dessous.



Exercices pour préparer le contrôle sur les parallélogrammes

Exercice 1 : Pour chaque question, trace d'abord un triangle ABC sans utiliser le quadrillage.

- Avec la règle et l'équerre, placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Avec le compas, placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Avec la règle et le compas, placer les points E et F tel que EFBC soit un parallélogramme de centre A.

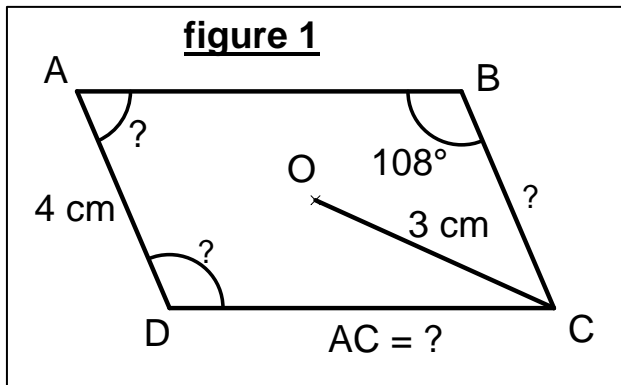
Exercice 2 : Sur la **figure 1**, ABCD est un parallélogramme de centre O.

Réponds aux questions indiquées par des " ? " de cette figure.

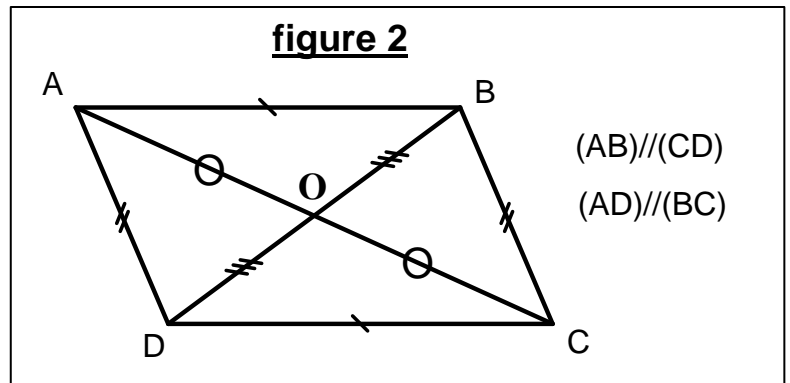
Exercice 3 : A propos de la **figure 2** prouve de 4 façons différentes que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 4 : ABCD est un parallélogramme et J est le milieu de [BC]. K est le symétrique de D par rapport au centre J.

a) Faire une figure



b) Prouve que $DC = BK$.



Exercices pour préparer le contrôle sur les parallélogrammes

Exercice 1 : Pour chaque question, trace d'abord un triangle ABC sans utiliser le quadrillage.

- Avec la règle et l'équerre, placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Avec le compas, placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Avec la règle et le compas, placer les points E et F tel que EFBC soit un parallélogramme de centre A.

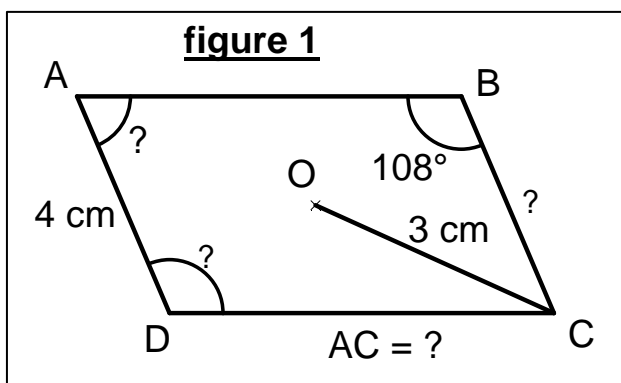
Exercice 2 : Sur la **figure 1**, ABCD est un parallélogramme de centre O.

Réponds aux questions indiquées par des " ? " de cette figure.

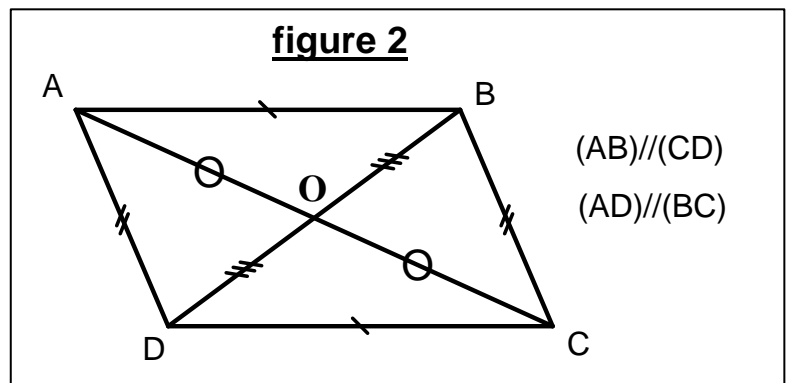
Exercice 3 : A propos de la **figure 2** prouve de 4 façons différentes que ABCD est un parallélogramme.

Exercice 4 : ABCD est un parallélogramme et J est le milieu de [BC]. K est le symétrique de D par rapport au centre J.

a) Faire une figure



b) Prouve que $DC = BK$.



Résultats des exercices pour préparer le contrôle sur les parallélogrammes

Exercice 1 : a) On trace des droites parallèles.

b) On trace deux arcs de cercle.

c) E et F sont les symétriques de B et C par rapport au centre A.

Exercice 2 :

$BC = AD = 4$ cm car les côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.

$\widehat{D} = \widehat{B} = 108^\circ$ car les angles opposés du parallélogramme ABCD ont la même mesure.

$\widehat{A} = 180 - 108 = 72^\circ$ car les angles consécutifs du parallélogramme ABCD sont supplémentaires.

$AC = 2 \times 3 = 6$ cm car les diagonales du parallélogramme ABCD se coupent en leur milieu.

Exercice 3 :

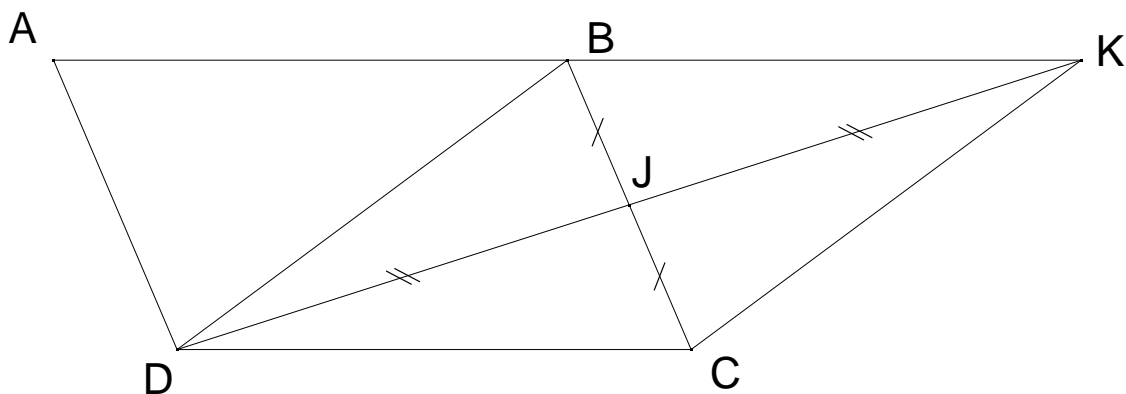
1°) ABCD est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

2°) ABCD est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

3°) ABCD est un parallélogramme car il a ses côtés opposés de même longueur.

4°) ABCD est un parallélogramme car ses côtés [AB] et [CD] sont parallèles et de même longueur.

Exercice 4 :



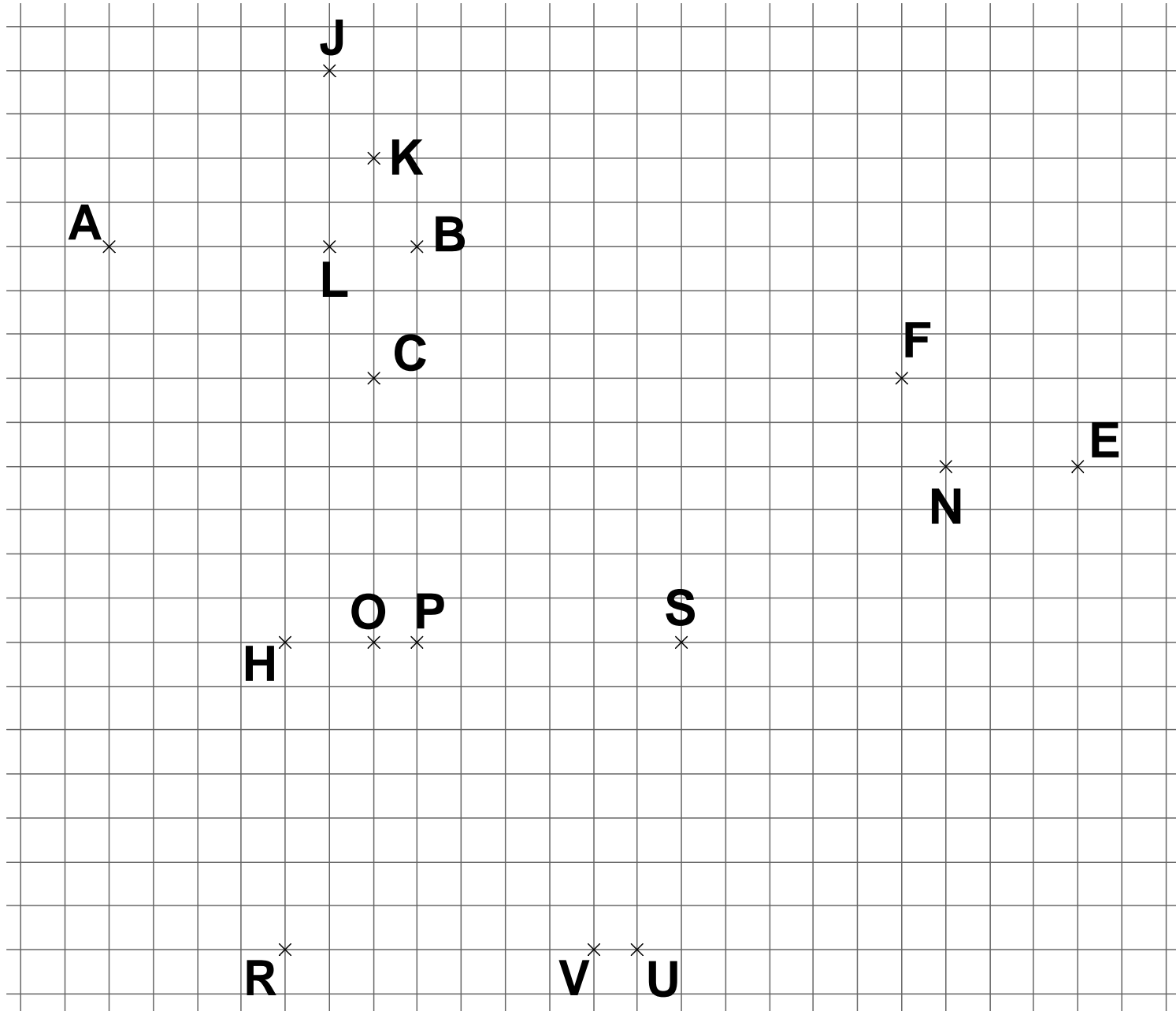
b) BKCD est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

$DC = BK$ car les côtés opposés du parallélogramme BKCD ont la même longueur.

Devoir Maison : construction de parallélogrammes₁

NOM Prénom, classe :

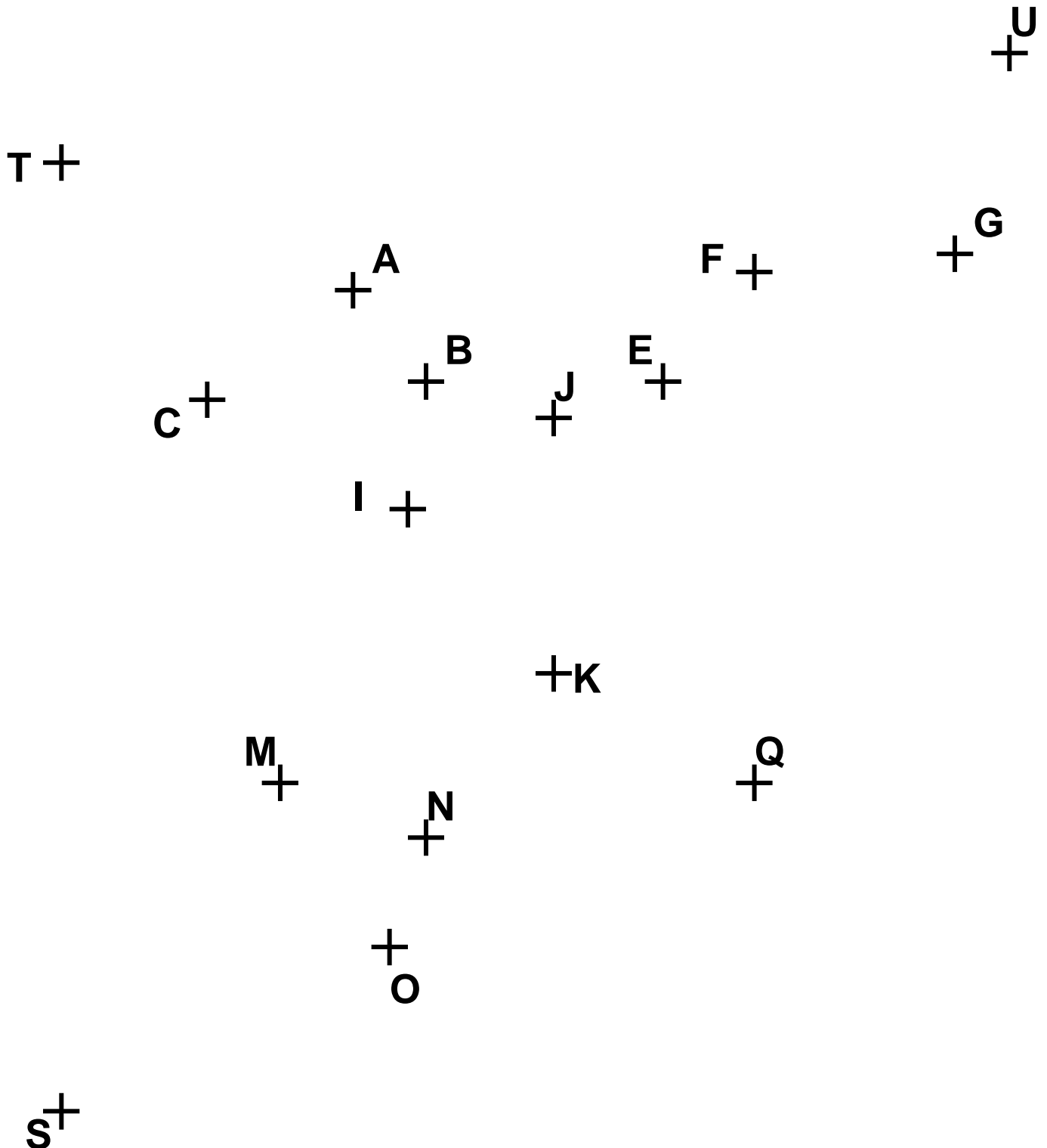
Sur cette feuille et en utilisant juste la règle et le quadrillage, trace les parallélogrammes ABCD, HCFG, FEMN, IJKL, OPQR et STUV après avoir placé correctement les points manquant.



Devoir Maison : construction de parallélogrammes₂

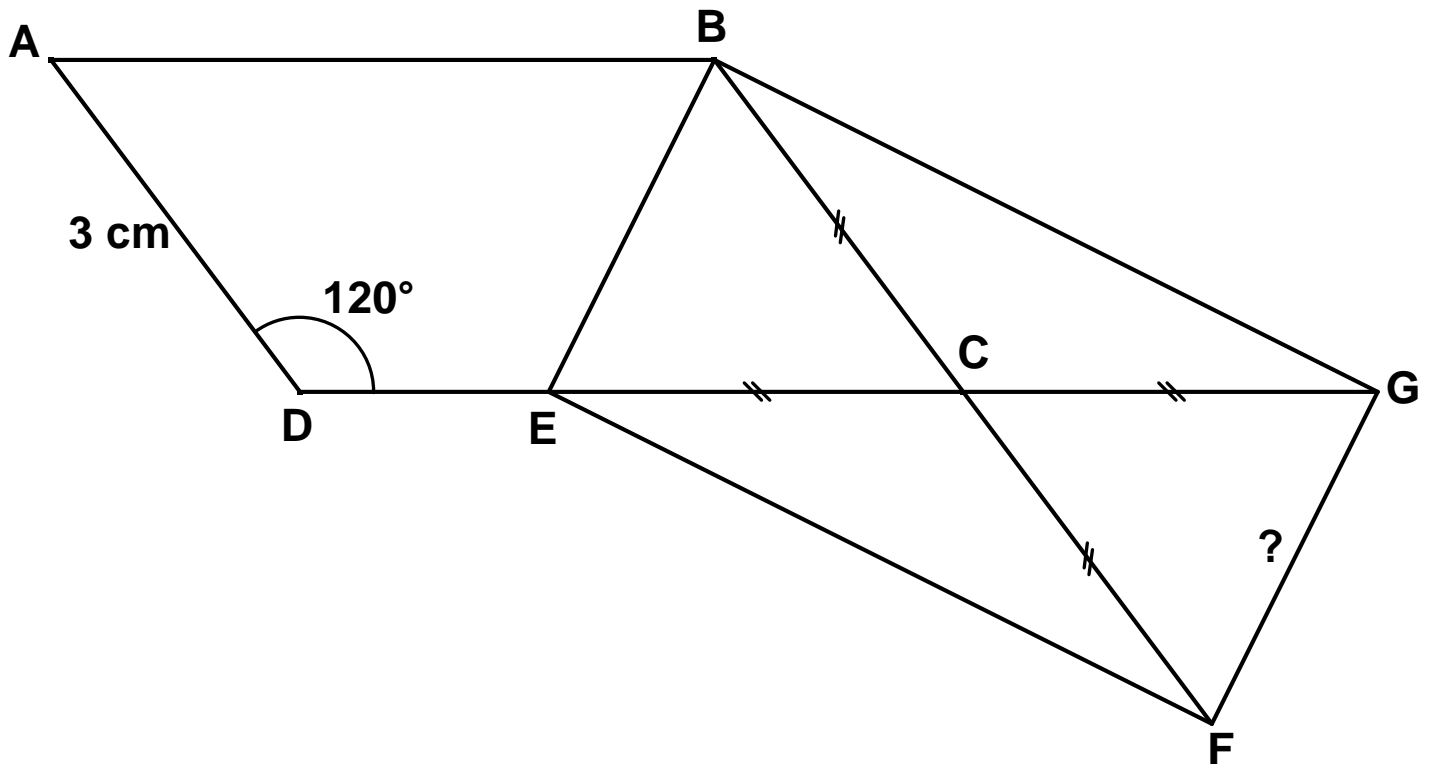
NOM Prénom, classe :

Sur cette feuille et en utilisant tes instruments de géométrie, trace les parallélogrammes ABCD, EFGH, IJKL, MNOP, ONQR et STUV après avoir placé correctement les points manquant.



Devoir Maison : preuve avec des parallélogrammes₁

On considère la figure suivante qui n'est pas en vraies grandeurs et où ABCD est un parallélogramme :



Question : Trouve la longueur du segment [FG].

Pour répondre à cette question, **recopie sur une feuille les phrases suivantes dans le bon ordre** et trouve le mot formé par les lettres de référence.

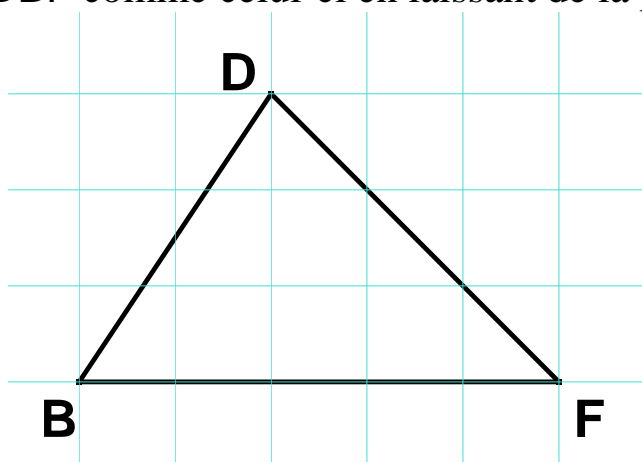
- a) Par ailleurs, BEFG est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.
- e) D'autre part, $\widehat{BCD} = 180 - 120 = 60^\circ$ car les angles consécutifs du parallélogramme ABCD sont supplémentaires.
- g) $BC = 3$ cm car les côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.
- i) Le triangle BEC est donc équilatéral car ses angles font 60° , et donc $BE = EC = BC = 3$ cm
- l) $FG = BE = 3$ cm car les côtés opposés du parallélogramme BEFG ont la même longueur.
- n) Dans le triangle BEC isocèle en C on a : $\widehat{B} = \widehat{E} = (180 - 60) : 2 = 120 : 2 = 60^\circ$

Le mot que tu as trouvé est :

Devoir Maison : preuve avec des parallélogrammes₂

Partie 1 : Faire la figure suivante en utilisant le quadrillage.

- tracer un triangle DBF comme celui-ci en laissant de la place tout autour.



- E est le point tel que DBFE soit un parallélogramme
- C est le point tel que FDEC soit un parallélogramme
- A est l'intersection des droites (BD) et (CE)

Partie 2 : On va prouver que D est le milieu du segment [AB] et que [AB] est deux fois plus grand que [FE].

- Prouve que les droites (DE) et (BF) ainsi que (AB) et (EF) sont parallèles en utilisant la définition des parallélogrammes pour le parallélogramme DBFE.
- Prouve que les droites (AC) et (DF) sont parallèles en utilisant la définition des parallélogrammes pour le parallélogramme FDEC.
- Prouve que ADFE est un parallélogramme en utilisant la définition des parallélogrammes.
- Prouve que $EF = BD$ en utilisant la propriété des côtés opposés d'un parallélogramme pour le parallélogramme DBFE.
- Prouve que $EF = DA$ en utilisant la propriété des côtés opposés d'un parallélogramme pour le parallélogramme ADFE.
- Déduis des questions d et e que A est le milieu du segment [BF] et que $AB = 2 \times FE$.

Remarque : On pourrait prouver de la manière que E est le milieu de [AC] et que [AC] est deux fois plus grand que [DF]. De même avec F qui est le milieu de [BC] et que [BC] est deux fois plus grand que [DE].

Ainsi, le triangle DEF est très particulier par rapport au triangle ABC :

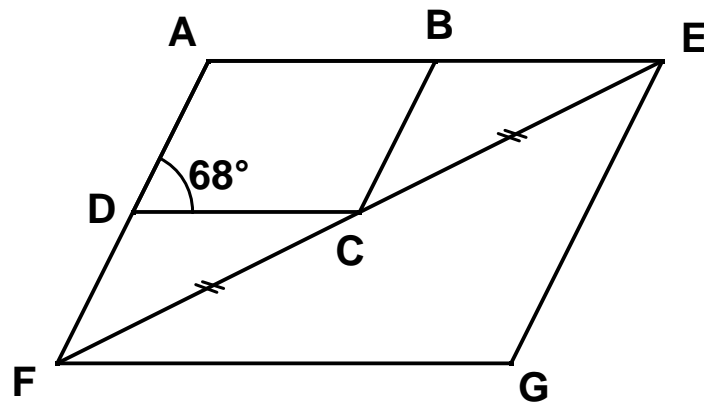
- ses sommets sont les milieux des côtés du triangle ABC
- ses côtés sont parallèles deux à deux aux côtés du triangle ABC
- est deux fois plus grand que le triangle ABC

Ceci pourrait se faire avec n'importe quel triangle ABC.

Devoir Maison : preuve avec des parallélogrammes₃

On considère la figure suivante où :

- ABCD est un parallélogramme
- C est le milieu de [AG]

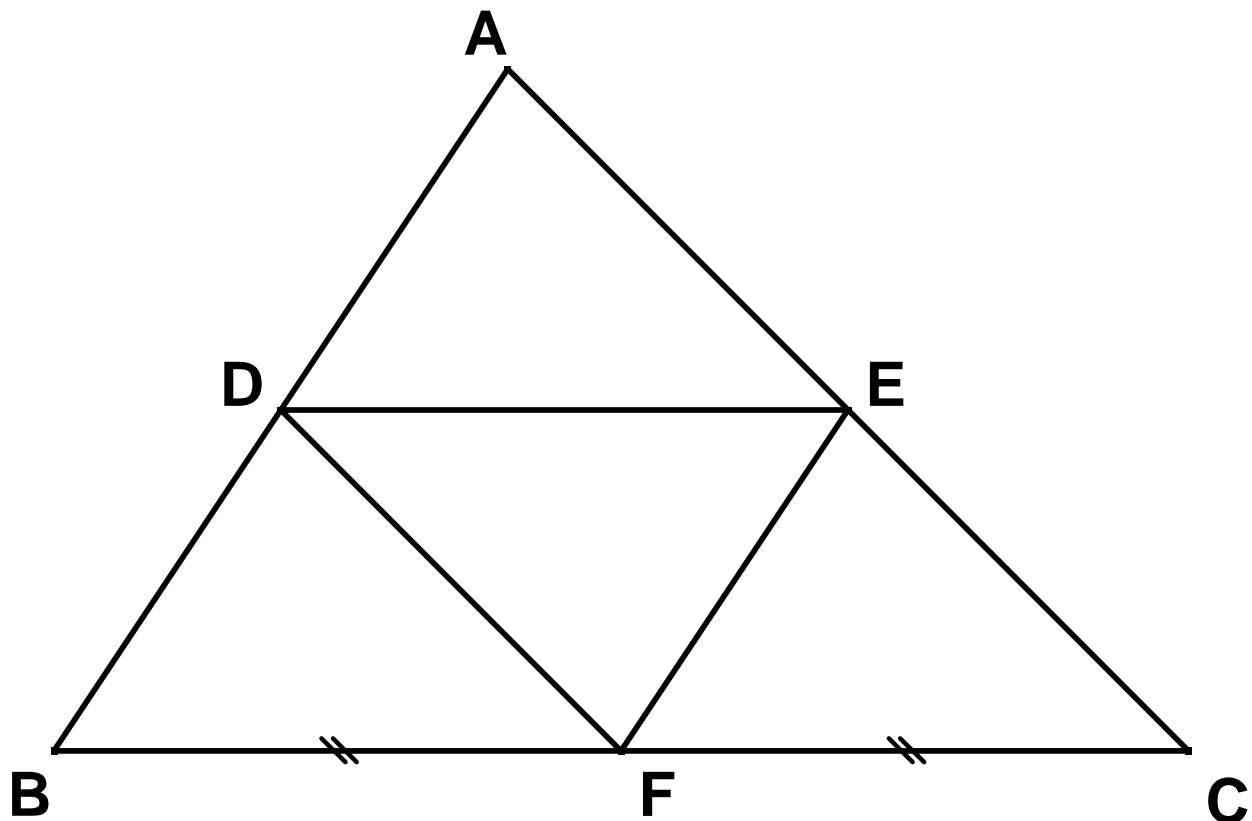


Question : Calcule la mesure de l'angle \widehat{FGE} .

Indication : Il y a 3 phrases à écrire, chacune d'elles utilisant une propriété différente sur les parallélogrammes.

Devoir Maison : preuve avec des parallélogrammes₄

Sur la figure ci-dessous, on sait que BDEF est un parallélogramme et F est le milieu de [BC].



Le but de ce devoir est de prouver que D est le milieu de [AB] et que E est le milieu de [AC] en utilisant les propriétés de la feuille " Propriétés, théorèmes et définitions de géométrie au collège".

- Prouve que $BD = EF$ et $DE = BF$ (P3).
- Prouve que (DE) et (BF) sont parallèles (P1).
- En déduire que [DE] et [BC] sont aussi parallèles et de même longueur.
- Prouve que DECF est un parallélogramme (P8).
- En déduire que [DF] et [EC] sont parallèles et de même longueur (P1 et P3).
- Déduire des questions b et e que DAEF est un parallélogramme (P1).
- Prouve que $AD = EF$ et $DF = AE$ (P3).
- Déduire des questions e et g que E est le milieu de [AC].

Parallélogrammes
DÉFINITION

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

Exp : ABCD est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

Parallélogrammes
DIAGONALES

Propriété : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Exp : I est le milieu de [BD] car les diagonales du parallélogramme ABCD se coupent en leur milieu.

Parallélogrammes
DIAGONALES
RECIPROQUE

Propriété : Un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Exp : ABCD est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.

Parallélogrammes
ANGLES OPPOSÉS

Propriété : Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

Exp : $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$ car les angles opposés du parallélogramme ABCD ont la même mesure.

Parallélogrammes
ANGLES CONSECUTIFS

Propriété : Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires.

Exp : $\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BCD}$ car les angles consécutifs du parallélogramme ABCD sont supplémentaires.

Parallélogrammes
LONGUEURS

Propriété : Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Exp : $AB = CD$ car les côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.

Parallélogrammes
LONGUEURS
RECIPROQUE

Propriété : Un quadrilatère (non croisé) qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.

Exp : ABCD est un parallélogramme car ses côtés opposés ont la même longueur.

Parallélogrammes
PARALLELE ET
LONGUEUR
RECIPROQUE

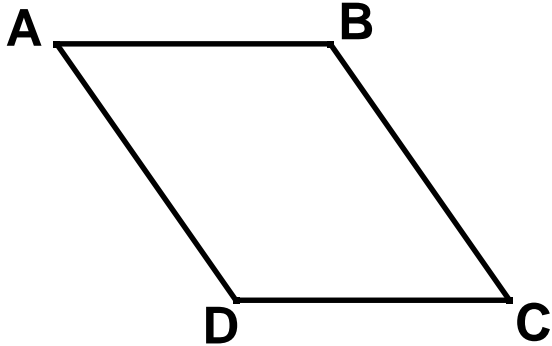
Propriété : Un quadrilatère (non croisé) qui a une paire de côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Exp : ABCD est un parallélogramme car ses côtés [AB] et [CD] sont parallèles et de même longueur.

Chapitre : Les parallélogrammes

I Généralités

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a
.....

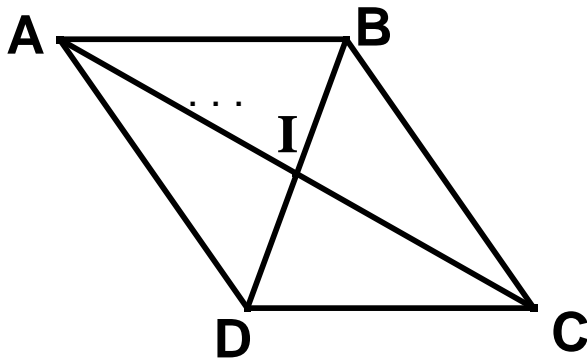


$(AB) // (CD)$ et $(AD) // (BC)$

ABCD est un parallélogramme

II Diagonales

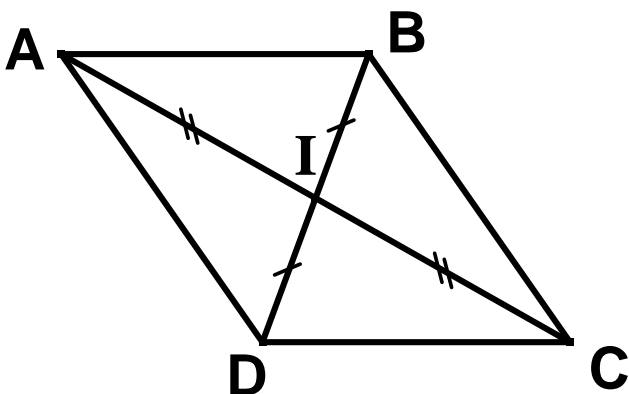
Propriété des diagonales d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses diagonales
.....



ABCD est un parallélogramme de centre I et $AI = 3 \text{ cm}$

Exemples : $AC = \dots\dots\dots$ car
.....

Propriété réciproque des diagonales d'un parallélogramme : Un quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en leur milieu est



ABCD est un parallélogramme car ses

.....
.....
.....

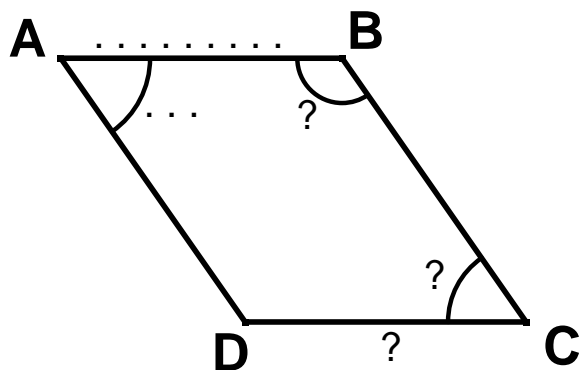
III Angles et longueurs

Propriété des côtés d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses côtés opposés

.....

Propriétés des angles d'un parallélogramme : Un parallélogramme a ses angles opposés

..... et ses angles consécutifs



ABCD est un parallélogramme

Exemples :

• $CD =$

.....

• $\widehat{BCD} =$

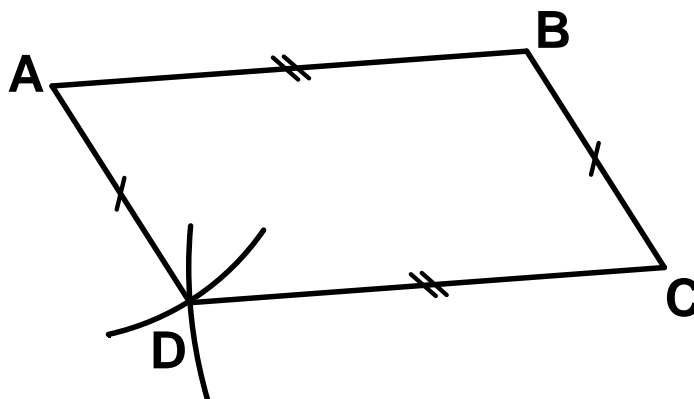
.....

• $\widehat{ABC} =$

.....

Propriété réciproque des côtés d'un parallélogramme : Un quadrilatère (non croisé) qui a

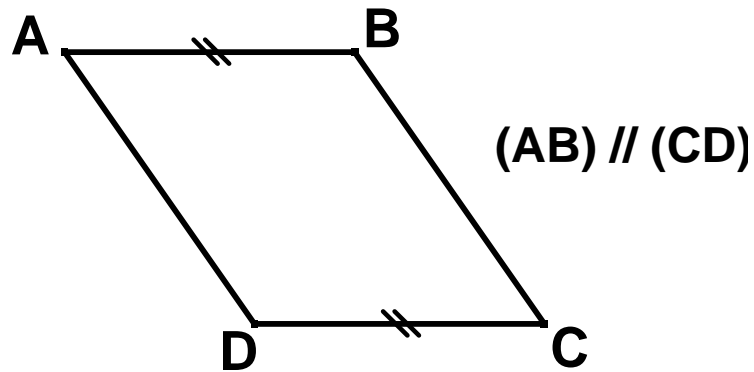
..... est un parallélogramme.



Exemple : ABCD est un parallélogramme car

.....

Propriété réciproque avec deux côtés d'un parallélogramme : Un quadrilatère (non croisé) ayant une paire de côtés opposés
..... est un parallélogramme



Exemple : ABCD est un parallélogramme car ses côtés [AB] et [CD]
.....

Chapitre 8 : Les parallélogrammes

Commentaires : Les feuilles d'exercices sont prévues pour être imprimé "2 pages par feuille"

Ce chapitre est LONG (presque 4 semaines en temps normal): **ne pas traîner !!!**

Possibilité : il y a des "cartes" dans le chapitre. Les distribuer aux élèves au fur et à mesure. En début d'heure et dans le but d'un bon apprentissage du cours, interroger un élève sur des cartes qu'il tire au hasard.

Le fichier contient un cours à trou destiné aux élèves pour lesquels il est demandé de limiter l'écriture.

Pour impression : 25-26;2-4;7-13;19-21 ;1

Déroulement :

APPORTER LE MATERIEL DE GEOMETRIE (avec rapporteur)

Cours : chapitre 8 : Les parallélogrammes

I Généralités (définition)

Exercice 10 P 135 : reconnaissance (oral)

Exercice : Place trois points A, B et C puis en n'utilisant que ta règle et ton équerre, place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. (voir [cette vidéo](#))

Exercice 19 P 136 : reconnaissance (oral)

Exercice 30 et 31 P 137 : construction carreaux (voir [cette vidéo](#))

Exercice 30 et 31 bis P 137 : idem sans carreau, 4 P 134 : dans un repère

Exercice 32 P 137 : construction carreaux

Exercice 1 de la feuille : preuve avec définition

Activité tableau : diagonales (<= prouvé; =>observé)

Cours : II Diagonales

Exercice 1 P 134 (oral) : reconnaissance avec diagonales

Exercice 20 P 136 (oral) : reconnaissance avec diagonales

Exercice 2 de la feuille : construction avec diagonales

Exercice 42 P 138 : reconnaissance avec diagonales

Exercice 24 P 136, 27 et 29 P 137 : reconnaissance avec diagonales

Activité au tableau : angles et longueur

Cours : III Angles et longueurs (propriété angles et longueur)

Exercice 17 P 135 : utilisations des propriétés

Exercice 2 P 134 : utilisations des propriétés

Activité au tableau : longueur réciproque

Cours : suite III Angles et longueurs (longueur réciproque)

Exercice 3 P 134 (oral) : reconnaissance des parallélogrammes

Exercice 33 P 137 : constructions des parallélogrammes

Exercice 3 de la feuille : démonstration

Exercice 4 de la feuille : démonstration

Exercice 28 P 137 : démonstration

Activité au tableau : parallèle et longueur réciproque

Cours : suite III Angles et longueurs (parallèle et longueur réciproque)

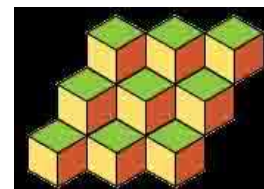
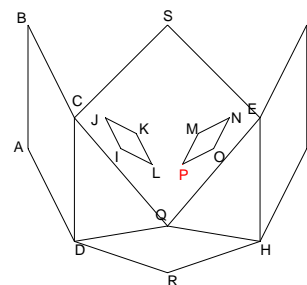
Exercice 22 P 136 : reconnaissance des parallélogrammes

Exercice 25 P 136 : démonstration

Exercice 74 a P 142 : parallélisme et longueur

Exercices pour préparer le contrôle : à distribuer.

Une évaluation exercice sur l'ENT (exercices et évaluations)



Validation des connaissances et des compétences	
17.1 : Exécuter, réaliser un programme de construction	I : insuffisant, F : fragile, S : satisfaisant, E : excellent
17.7 : Connaître les propriétés du parallélogramme	

DM "construction de parallélogramme 1" disponible sur internet : <https://www.geogebra.org/classic/whbfxknt>

DM "Devoir Maison : preuve avec des parallélogrammes1" (trouver GENIAL) : <https://www.geogebra.org/classic/xgqtsxej>