

Chapitre : situations de proportionnalité

I la vitesse

Définition : La vitesse moyenne v d'un objet qui parcourt une distance d en un temps t est définie par : $v = \frac{d}{t}$

Exemple : Un automobiliste parcourt 600 km en 5 h. Sa vitesse moyenne est donc :

$$v = \frac{600}{5} = 120 \text{ km/h}$$

Remarque 1 : Si l'automobiliste roule constamment à 120 km/h alors la distance qu'il parcourt est proportionnelle à au temps qu'il met pour la parcourir.

Remarque 2 : la formule $\frac{v}{1} = \frac{d}{t}$ est pratique pour calculer une vitesse.

Avec la règle de trois pour les équations, on retrouve facilement les formules :

- $d = \frac{v \times t}{1}$ utile pour calculer une distance
- et $t = \frac{d \times 1}{v}$ utile pour calculer un temps

Remarque 3 : L'unité de vitesse dépend des unités de distance et de temps. On peut donc convertir les unités de vitesse en changeant les unités de d et de t .

Exemples : $120 \text{ km/h} = \frac{120 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{120\,000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 2\,000 \text{ m/min}$

$340 \text{ m/s} = 1\,224\,000 \text{ m/h} = 1\,224 \text{ km/h}$ car faire 340 m en 1 s revient à faire 1 224 km en 1h

II les statistiques

Voici la série statistique des notes qu'ont eu des élèves d'une classe à une évaluation de mathématiques.

notes	3	6	8	10	11	12	14	15	16	18	total
effectifs											
fréquences (%)											



Effectifs : c'est le nombre d'élèves qui ont la note correspondante.

Effectifs total : C'est la somme de tous les effectifs.

Ici l'effectif total est de 25 élèves

Fréquences : indique les effectifs exprimés en pourcentage.

Exemple : L'effectif de la note 10 est de 2 élèves, donc

25 élèves $\rightarrow$ 100%

2 élèves $\rightarrow \frac{2 \times 100}{25} = 8 \%$.

Les effectifs et les fréquences sont des grandeurs proportionnelles.

Moyenne : Elle correspond à la note représentative de la classe.

Pour trouver la moyenne, on effectue le calcul suivant :

$$\frac{1 \times 3 + 1 \times 6 + 3 \times 8 + 2 \times 10 + 1 \times 11 + 4 \times 12 + 6 \times 14 + 5 \times 15 + 1 \times 16 + 1 \times 18}{25} = 12,2$$

Remarques : – cette moyenne est la moyenne pondérée des notes avec les effectifs pour coefficients.

– les effectifs et les fréquences sont proportionnels

– les calculatrices ont très souvent un mode statistique (mode 2 sur la fx 92). Le

symbole $\bar{x}$ désigne la moyenne. (Pour rentrer la donnée 2 d'effectif 3, on écrit 2;3 puis on appuie sur DT)

Autres calculs de moyennes :

Julie veut calculer sa moyenne et elle a eu :

12 coefficient 2 ; 14 coefficient 1 et 8 coefficient 0,5

Sa moyenne est de : $\frac{2 \times 12 + 1 \times 14 + 0,5 \times 8}{2 + 1 + 0,5} = 12$

Remarque : avoir eu 12/20 coefficient 2 revient au même que d'avoir eu 24/40

Feuille d'exercice sur la proportionnalité

Exercice : Range ces animaux du plus rapide au plus lent :

hirondelle : 9,8 m/s	libellule : 1,3 km/min
vautour : 0,041 km/s	autruche : 50 km/h

Exercices pour préparer le contrôle sur la proportionnalité (calculatrice autorisée)

Exercice 1 : la vitesse

1°) La station spatiale internationale (ISS) tourne en orbite autour de la Terre à une vitesse de 28 000 km/h.

a) Combien de temps met l'ISS pour faire le tour de la Terre sachant qu'à son altitude il lui faut parcourir 42 700 km.

b) L'ISS met environ 12 min 45 s pour faire la distance Paris – New York.

Calculer la distance Paris – New York.

2°) Le record du monde du marathon a été fait en 2018 par Eliud Kipchoge qui a parcouru en 42 km en 2 h 1 min 39 s.

Calculer sa vitesse moyenne (donner le résultat en km/h et arrondir dixième)

3°) Range ces animaux du plus rapide au plus lent :

escargot : 120 mm/min	limace : 0,5 mm/s	étoile de mer : 8,5 m/h	ver de terre : 13 cm/min
-----------------------	-------------------	-------------------------	--------------------------

Exercice 2 : statistiques

Isabelle s'est amusée à lancer un dé à 6 faces et voici la série statistique qu'elle a obtenue :

1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6.

a) Représenter cette série dans un tableau contenant les effectifs et les fréquences.

b) Calculer la moyenne de cette série.

c) Quelle proportion, en pourcentage, de ses lancers ont fait 4 ou plus ?

Exercice 3 : résoudre les équations suivantes

a) $8x - 16 = 56$	b) $77 = 21 + 7x$
c) $12x - 7 = 8x + 21$	d) $6 - (9x - 3) = 4(7 - 3x)$

Exercice 4 : Joséphine et Arthur pensent à un même nombre.

Lorsque Joséphine multiplie ce nombre par 3 et soustrait 8 elle obtient le même résultat que quand Arthur le multiplie par 5 et ajoute 4.

A quel nombre pensent Joséphine et Arthur ?

Réponses aux exercices pour préparer le contrôle sur la proportionnalité

Exercice 1 : la vitesse

1°) La station spatiale internationale (ISS) tourne en orbite autour de la Terre à une vitesse de 28 000 km/h.

a) $V = 28\,000 \text{ km/h}$ et $d = 42\,700 \text{ km}$

donc $t = \frac{d}{V} = \frac{42\,700}{28\,000} = 1,525 \text{ h} = 1 \text{ h } 31,5 \text{ min} = 1 \text{ h } 31 \text{ min } 30 \text{ s}$

b) $V = 28\,000 \text{ km/h}$ et $t = 12 \text{ min } 45 \text{ s} = 0,2125 \text{ h}$

donc $d = V t = 28\,000 \times 0,2125 = 5\,950 \text{ km}$

2°) $d = 42 \text{ km}$ et $t = 2 \text{ h } 1 \text{ min } 39 \text{ s} = 2 + 1 : 60 + 39 : 3600 \text{ h} = 2,0275 \text{ h}$

Sa vitesse moyenne donc $V = \frac{d}{t} = \frac{42}{2,0275} \approx 20,7 \text{ km/h}$

3°) Range ces animaux: on convertit tout en m/h par exemple

escargot : $120 \text{ mm/min} = 0,12 \text{ m/min} = 7,2 \text{ m/h}$	étoile de mer : $8,4 \text{ m/h}$
limace : $0,5 \text{ mm/s} = 0,0005 \text{ m/s} = 1,8 \text{ m/h}$	ver de terre : $13 \text{ cm/min} = 0,13 \text{ m/min} = 7,8 \text{ m/h}$

Du plus rapide au plus lent : étoile de mer ; ver de terre ; escargot ; limace

Exercice 2 : statistiques

a)

numéro obtenu	1	2	3	4	5	6	total
effectif	5	1	4	2	5	3	20
fréquence (%)	25	5	20	10	25	15	100

× 5

b) la moyenne de cette série statistique vaut :

$$\frac{1 \times 5 + 2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 2 + 5 \times 5 + 6 \times 3}{20} = \frac{70}{20} = 3,5$$

c) Les lancés qui ont fait 4 ou plus représentent : $10 + 25 + 15 = 50\%$

Exercice 3 : résoudre les équations suivantes

a) $8x - 16 = 56$ donc $8x - \cancel{16} + \cancel{16} = 56 + 16$ donc $8x = 72$ donc $x = 9$

b) $77 = 21 + 7x$ donc $77 - 21 = \cancel{21} - \cancel{21} + 7x$ donc $56 = 7x$ donc $x = 8$

c) $12x - 7 = 8x + 21$ donc $12x - \cancel{7} + \cancel{7} - 8x = \cancel{8x} + 21 + 7 - \cancel{8x}$ donc $4x = 28$ donc $x = 7$

d) $6 - 1(9x - 3) = 4(7 - 3x)$ donc $6 - 9x + 3 = 28 - 12x$ donc $9 - 9x = 28 - 12x$

donc $\cancel{9} - 9x - \cancel{9} + 12x = 28 - \cancel{12x} - 9 + \cancel{12x}$ donc $\frac{3x}{3} = \frac{19}{3}$ donc $x = \frac{19}{3}$

Exercice 4 : Nommons x le nombre auquel pensent Joséphine et Arthur.

Joséphine $3x - 8$ et Arthur fait $5x + 4$.

Puisqu'ils trouvent le même résultat on a : $3x - 8 = 5x + 4$

donc $3x - \cancel{8} + \cancel{8} - 5x = \cancel{5x} + 4 + 8 - \cancel{5x}$ donc $-2x = 12$ donc $x = -6$

Joséphine et Arthur pensent donc au nombre -6 .

Chapitre 8 : La proportionnalité

Commentaires :

Contenu : vitesse moyenne, grandeurs composées (exercice), statistiques (moyenne, moyenne pondérée, étendue, représentation graphique en exercices)

Les conversions d'unités de temps sont faites le long de l'année (voir chapitre 0).

On ne traite plus des reproductions de figure car elles sont un grand thème d'étude de 3^e.

Ce chapitre n'est pas très consistant et ce sera l'occasion d'évaluer d'autres choses (équations notamment)

Les feuilles sont prévues pour être imprimé "2 pages par feuille"

Déroulement :

Exercice 55 P 157 : vitesse moyenne

Cours : chapitre 8 : situations de proportionnalité, I la vitesse

Exercice 39 P 155 : vitesse moyenne

Exercice 45 P 155 : vitesse moyenne

Cours : suite remarques 1&2: mouv unif, $d=vt$...

Exercice 54 P 157 : calcul de longueur

Exercice 40 P 155 : calcul de temps

Exercice 41 P 155 : calcul de longueur

Exercice 46 P 155 : QCM (vitesse, temps, longueur)

Cours : conversion unités de temps

Exercice de la feuille : conversion des vitesses

Exercice 38 P 155 : vitesse moyenne

Exercice 42 P 155 : calcul avec la vitesse (croisement trains)

Exercice 43 P 155 : calcul avec la vitesse (course)

Exercice 48 P 156 : grandeurs composées

Exercice 49 P 156 : grandeurs composées

Cours : II statistiques

Exercice 1 P 162 : étendue

Exercice 6 P 162 : moyenne pondérée, étendue (tableau)

Exercice 7 P 162 : moyenne pondérée (diagramme à barre)

Exercice 14 P 164 : tableau , moyenne

Correction de l'exercice de la feuille

Exercice : hirondelle : $9,8 \text{ m/s} = 35,28 \text{ km/h}$ libellule : $1,3 \text{ km/min} = 78 \text{ km/h}$

vautour : $0,041 \text{ km/s} = 147,6 \text{ km/h}$ autruche : 50 km/h

Validation des connaissances et des compétences	
1.7 : reconnaître et résoudre une situation de proportionnalité. (exercices 1 sur 8 points)	I : insuffisant, F : fragile, S : satisfaisant, E : excellent
6.8 : lire, interpréter et produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes. (exercice 2 sur 6 points)	
2.6 : résoudre des équations (exercice 3 et 4 sur 6 points)	