

Chapitre : les équations

I Généralités

Définition : Une équation est une égalité qui contient un nombre inconnu désigné par une lettre (en général " x ").

Exemples : • $x + 2 = 9$ est une équation.

• $(x \times 5 + 41) \times (x + 36 : x) = 5 + x$ est une équation.
côté gauche côté droit

Définitions : Une solution d'une équation est un nombre qui rend l'égalité vraie lorsqu'on remplace x par ce nombre.

Résoudre une équation consiste à trouver sa ou ses solutions.

Exemples : Considérons l'équation : $7x - 12 = 6x - 1$

- 6 est-il la solution de cette équation ? Remplaçons x par 6,
à gauche on a : $7 \times 6 - 12 = 30$
à droite on a : $6 \times 6 - 1 = 35$

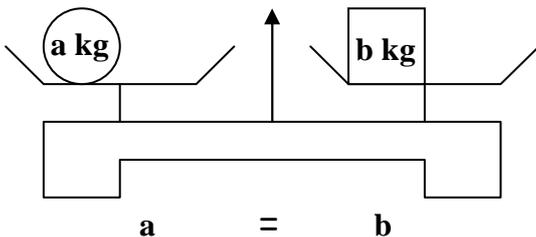
Donc 6 n'est pas la solution car $7 \times 6 - 12 \neq 6 \times 6 - 1$

- 11 est-il la solution de cette équation ? Remplaçons x par 11,
à gauche on a : $7 \times 11 - 12 = 65$
à droite on a : $6 \times 11 - 1 = 65$

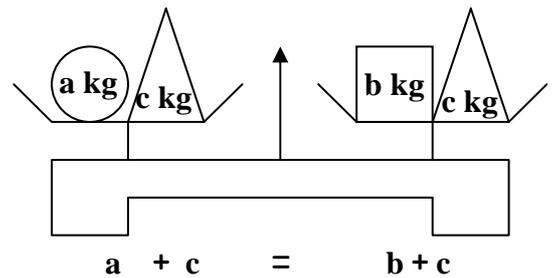
11 est donc solution car on a bien $7 \times 11 - 12 = 6 \times 11 - 1$

On écrit $x = 11$ pour dire que 11 est la solution.

II Règle de la somme



donc



Règle de la somme pour les équations : Pour résoudre une équation, on peut additionner ou soustraire un même nombre des deux côtés.

Exemples : • $x + 12,3 = 16,4$ donc $x + \cancel{12,3} - \cancel{12,3} = 16,4 - 12,3$ donc $x = 4,1$

• $7 + x - 9 = 10$ donc $\cancel{7} + x - \cancel{9} + \cancel{9} = 10 - \cancel{7} + \cancel{9}$ donc $x = 12$

III Règle du produit

Sur une balance équilibrée, si on met 3 fois plus lourd des deux côtés, la balance reste équilibrée. Pour les équations, ceci se traduit par la règle suivante :

Règle du produit pour les équations : Pour résoudre une équation, on peut multiplier ou diviser les deux côtés par un même nombre.

Exemples : • $6x = 12$ donc $\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$ donc $x = 2$

• $\frac{x}{7} = 8$ donc $\frac{x}{7} \times 7 = 8 \times 7$ donc $x = 56$

• $\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$ donc $\frac{3x}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{3}$ donc $x = \frac{20}{21}$

IV les produits en croix

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{a}{b} \times d = \frac{c}{d} \times b$ donc $a \times d = b \times c$ et inversement.

Règle des produits en croix : Les produits en croix des fractions $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ sont $a \times d$ et $b \times c$

Dire que des fractions sont égales revient à dire que leurs produits en croix sont égaux.

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ revient à dire que $a \times d = b \times c$

Exemples : • $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ car $6 \times 6 = 4 \times 9 = 36$

• $\frac{7}{8} \neq \frac{9}{10}$ car $7 \times 10 = 70$ et $8 \times 9 = 72$

• $\frac{4}{5} = \frac{3}{x}$ donc $4x = 3 \times 5$ donc $\frac{4x}{4} = \frac{3 \times 5}{4}$ donc $x = \frac{3 \times 5}{4}$

Règle de trois pour les équations : Une équation du type $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ a pour solution

$$x = \frac{b \times c}{a} = \frac{\text{produit des nombres de la diagonale}}{\text{dernier nombre}}$$

Exemples : • $\frac{5}{9} = \frac{7}{x}$ donc $x = \frac{7 \times 9}{5}$ donc $x = \frac{63}{5}$

• $\frac{x}{6} = \frac{7}{9}$ donc $x = \frac{6 \times 7}{9}$ donc $x = \frac{14}{3}$

V équations du 1^e degré

On peut résoudre des équations encore plus compliquées :

Exemples : • $4x + 5 = 8$ donc $4x + 5 - 5 = 8 - 5$ donc $\frac{4x}{4} = \frac{3}{4}$ donc $x = \frac{3}{4}$

• $4x + 6x = 12$ donc $10x = 12$ donc $\frac{10x}{10} = \frac{12}{10}$ donc $x = \frac{6}{5}$

• $7x + 1 = 5x + 9$ donc $7x + 1 - 1 - 5x = 5x + 9 - 1 - 5x$ donc $2x = 8$ donc $x = 4$

• $3(x - 5) = 7(x + 2) + 4$ donc $3x - 15 = 7x + 14 + 4$ car on développe de chaque côté
donc $3x - 15 = 7x + 18$ car on réduit de chaque côté

donc $3x - 15 + 15 - 7x = 7x + 18 + 15 - 7x$ donc $\frac{-4x}{-4} = \frac{33}{-4}$ donc $x = \frac{-33}{4}$

Vocabulaire : Le degré d'une équation correspond à la plus grande puissance de x qui apparaît quand l'équation est développée et simplifiée.

Ici, la puissance maximale est 1 car $x = x^1$: les équations précédentes sont bien du 1^e degré.

Remarque : avec de l'habitude, on finit par ne plus écrire les nombres qui se simplifient.

Exemple :

présentation d'apprentissage
 $8x - 3 = 5x + 14$
donc $8x - 3 + 3 - 5x = 5x + 14 + 3 - 5x$
donc $3x = 17$
donc $\frac{3x}{3} = \frac{17}{3}$ donc $x = \frac{17}{3}$

présentation finale
 $8x - 3 = 5x + 14$
donc $8x - 5x = 14 + 3$
donc $3x = 17$
donc $x = \frac{17}{3}$

Autre présentation possible : $8x - 3 = 5x + 14$ donc $3x = 17$ donc $x = \frac{17}{3}$

Feuille d'exercices sur les équations

Exercice 1 sur les équations : 5 est-il solution des équations suivantes ?

a) $8x + x(x - 2) = x(x + 6)$	b) $x^2 - 10 = 2x + 4$	c) $-12 - x = -17$
-------------------------------	------------------------	--------------------

Exercice 2 sur les équations : Trouve deux équations qui ont 6 pour solution.

Exercice 3 sur les équations : Résous les équations suivantes :

a) $14 = -18 + x$	b) $12 + x - 7,8 = 10,2$	c) $0 = -7,5 + x + 3$
-------------------	--------------------------	-----------------------

Exercice 4 sur les équations : Résous les équations suivantes. (Donner les solutions sous forme de fraction irréductible)

a) $12x = 16$	b) $-21 = 14x$	c) $\frac{x}{8} = \frac{5}{3}$	d) $\frac{4x}{3} = \frac{5}{7}$	e) $-x = -\frac{2}{3}$	f) $16 = \frac{8x}{9}$
---------------	----------------	--------------------------------	---------------------------------	------------------------	------------------------

Exercice 5 sur les équations : Recopie et complète avec le symbole "=" ou "≠" en justifiant par des calculs.

a) $\frac{2}{10} \cdots \frac{7}{35}$	b) $\frac{8}{7} \cdots \frac{9}{10}$	c) $\frac{6}{9} \cdots \frac{8}{12}$	d) $\frac{11}{7} \cdots \frac{9}{6}$	e) $\frac{8}{10} \cdots \frac{12}{15}$
---------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--

Exercice 6 sur les équations : Résous ces équations

a) $\frac{x}{8} = \frac{7}{5}$	b) $\frac{9}{x} = \frac{7}{8}$	c) $\frac{2}{3} = \frac{x}{11}$	d) $\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$	e) $7 = \frac{9}{x}$
--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	----------------------

Exercice 7 sur les équations : Résous les équations suivantes.

a) $8 = 9x + 3$	b) $10 = 4 - 5x$	c) $-7 = 5x + 3$	d) $\frac{7x}{5} - 3 = 4$
-----------------	------------------	------------------	---------------------------

Devoir Maison de rattrapage sur les équations : règle de la somme

Résous ces équations en additionnant ou soustrayant le (ou les) nombre(s) qu'il faut comme dans les exemples.

Exemples : • $-18 + x = -12$ donc $-18 + x + 18 = -12 + 18$ donc $x = 6$

• $x + 12 = 5$ donc $x + 12 - 12 = 5 - 12$ donc $x = -7$

a) $10 + x = 5$

b) $-8,7 + x = 12$

c) $x - 8 = -15$

d) $x + 7 = 23$

e) $45 = 50 + x$

f) $-22,5 = x + 17,5$

g) $-7 + x + 12 = -8$

h) $17 + x = -6$

i) $x - 15 = 16$

Devoir Maison de rattrapage sur les équations : équations du 1^e degré

Exemple de résolution d'équation : Résolvons l'équation suivante : $9x - 8 = 4x - 10$

donc $9x - 8 + 8 - 4x = 4x - 10 + 8 - 4x$ on additionne 8 et on soustrait 4x des deux côtés pour les simplifier

donc $\frac{5x}{5} = \frac{-2}{5}$ donc $x = \frac{-2}{5}$

on réduit les deux côtés puis on divise par 5 des deux côtés pour le simplifier.

Exercice : Résous les équations suivantes

a) $-3x + 3 = 4x + 66$

b) $-3x - 8 = -8 + 7x$

c) $8 + 9x = 5x - 16$

d) $1 + 9x = 6x + 4$

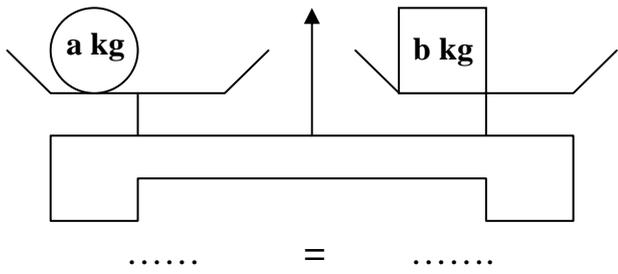
e) $6x + 8 + 3x = 5 + 6x - 6$

f) $4 - 9x + 4 = 7x - 48 - 8x$

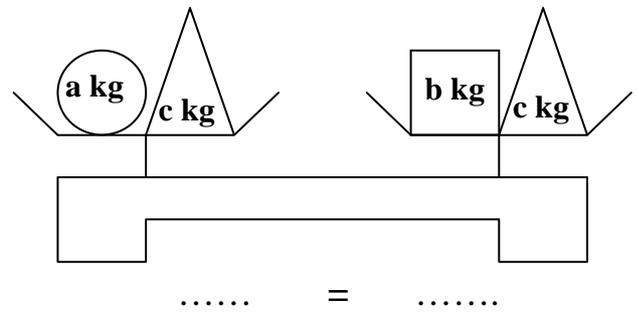
g) $-6x + 42 = 0$

h) $0 = 54 + 9x$

i) $8x - 12 = -5x$



donc



IV Les produits en croix

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors donc et inversement.

Règle des produits en croix : Les produits en croix des fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont $a \times d$ et $b \times c$

Dire que deux fractions sont égales revient à dire que leurs produits en croix sont égaux.

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ revient à dire que $a \times d = b \times c$

Exemples : • $\frac{4}{6} \dots \frac{6}{9}$ car
 • $\frac{7}{8} \dots \frac{9}{10}$ car
 • $\frac{4}{5} = \frac{3}{x}$ donc

Règle de trois pour les équations : Une équation du type $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ a pour solution

$$x = \dots = \frac{\text{produit des nombres de la diagonale}}{\text{dernier nombre}}$$

Exemples : • $\frac{5}{9} = \frac{7}{x}$ donc $x = \dots$
 • $\frac{x}{6} = \frac{7}{9}$ donc $x = \dots$

V Équations du 1^e degré

On peut résoudre des équations encore plus compliquées :

Exemples : • $4x + 5 = 8$ donc $4x + 5 \dots = 8 \dots$ donc
 • $4x + 6x = 12$ donc = donc
 • $7x + 1 = 5x + 9$ donc $7x + 1 \dots = 5x + 9 \dots$
 • $3(x - 5) = 7(x + 2) + 4$ donc car on développe de chaque côté
 donc car on réduit de chaque côtés
 donc

Vocabulaire : Le degré d'une équation correspond à la plus grande puissance de x qui apparaît quand l'équation est développée et simplifiée.

Ici, la puissance maximale est 1 car $x = x^1$: les équations précédentes sont bien du 1^e degré.

Remarque : avec de l'habitude, on finit par ne plus écrire les nombres qui se simplifient.

Exemple :

<p style="text-align: center;"><u>présentation d'apprentissage</u></p> <p>$8x - 3 = 5x + 14$</p> <p>donc $8x - 3 \dots = 5x + 14 \dots$</p> <p>donc</p> <p>donc</p>	<p style="text-align: center;"><u>présentation finale</u></p> <p>$8x - 3 = 5x + 14$</p> <p>donc</p> <p>donc</p> <p>donc</p>
---	--

Autre présentation possible : $8x - 3 = 5x + 14$ donc

Chapitre : les équations

COMMENTAIRES : Ce chapitre initie aux équations et aux résolutions d'équations du 1^e degré.

Ce chapitre est prévu pour être fait en demi groupe.

Les évaluations le concernant seront faites lors des autres évaluations des chapitres de calcul.

Les feuilles d'exercices sont prévues pour être imprimé en "2 page sur une"

Le fichier contient un cours à trou destiné aux élèves pour lesquels il est demandé de limiter l'écriture.

Déroulement :

Cours : chapitre : les équations, I Généralités

Exercice 1 : tester un nombre (ONO)

Exercice 2 : écrire une équation

Cours : II règle de la somme

Exercice 24 p 87 : équation (règle de la somme)

Exercice 3 : équation (règle de la somme)

Exercice 23 p 87 : équation (règle de la somme)

Projeter 18 p 86 : les pastèques

Cours : III règle du produit

Exercice 25 p 87 : équation (règle du produit)

Exercice 26 p 87 : équation (règle du produit)

Exercice 4 : équation (règle du produit)

Exercice 30 p 87 : équations élémentaires

Cours : IV produits en croix (produits en croix)

Exercice 5 : produits en croix

Cours : suite IV (règle de trois pour les équations)

Exercice 6 : règle de trois pour les équations

Cours V équations du 1^e degré (exp type $ax + b=c$)

Exercice 27 p 87 : équation $ax + b=c$

Exercice 28 p 87 : équation $ax + b=c$

Exercice 7 : équation $ax + b=c$

Exercice 31 p 88 : équations 1^e degré développée

Exercice 32 p 88 : équations 1^e degré développée

Exercice 37 p 88 : mise en équation

Exercice 38 p 88 : mise en équation

Exercice 43 p 89 : mise en équation

Exercice 42 p 89 : mise en équation

Exercice 33 p 88 : équations 1^e degré

Exercice 36 p 88 : mise en équation

Exercice 44 p 89 : mise en équation

Exercice 40 p 88 : mise en équation

Exercice 45, 48, 49, 50 p 89 : mise en équation

Interrogation type sur les équation : notion d'équations et règle de la somme

Exercice 1 : On considère l'équation suivante : $10 \times x - 8 = (x - 9) \times 30$

a) 11 est-il solution de cette équation ? (justifier par des calculs)

b) 13 est-il solution de cette équation ? (justifier par des calculs)

Exercice 2 : Résous les équations suivantes

a) $x - 36 = -42$

b) $6,2 + x = -9,8$

c) $61 = -37 + x$

Interrogation type sur les équation : règle du produit pour les équations₁

Résoudre les équations suivantes

a) $\frac{7}{x} = \frac{3}{4}$

b) $6x = 15$

c) $4x = \frac{9}{8}$

d) $\frac{5x}{11} = \frac{2}{3}$

Interrogation type sur les équation : équations du 1^e degré₁

Résous les équations suivantes :

a) $8x - 15 = 3x + 4$

b) $8(6x - 2) = 6(7x - 1) + 8$