conversion des volumes

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

exemple :
$480 \text{ cm}^3 = 0{,}48 \text{ dm}^3 = 0{,}48 \text{ L}$

carte n°1 vu □

règles de priorités de calcul

Pour effectuer un calcul, on calcule :

- d'abord les parenthèses
- ensuite les puissances et les racines carrées
- ensuite les multiplications et les divisions
- enfin les additions et les soustractions

Quand il y a plusieurs possibilités, on effectue la 1^e^ dans l'ordre de lecture.

Exemple : 7 × (**12 – 9**) + 20 **:** 5
= **7 × 3** + 20 **:** 5
= 21 + **20 : 5**
= 21 + 4
= 25

carte n°2 vu □

règle de l'opération manquante

Dans un calcul, s'il manque une opération c'est qu'il s'agit d'une multiplication.

exemple : 3 (4 + 2) = 3 × (4 + 2)

carte n°3 vu □

méthode pour additionner deux nombres relatifs

- le plus grand nombre donne son signe
- si les 2 nombres ont le même signe, on fait une addition, sinon on fait une soustraction

exemples : (– 7) + (+ 4) = – 3
(– 7) + (– 4) = – 11

carte n°4 vu □

règle de simplification des signes

Lors de l'addition ou la soustraction de nombres relatifs, on peut remplacer deux signes qui se suivent pas un seul

- "+" si ces signes sont identiques
- "–" si ces signes sont différents

exemple : (– 7) – (– 4) = – 7 + 4

carte n°5 vu □

somme de nombres relatifs

Dans une somme de nombres relatifs, on peut regrouper ou changer l'ordre des termes.

exemples :
– 7 + 10 = + 10 – 7 = 3
– 4,2 + *8* **+ 1,2 –** *6* = **– 3** + *2* = – 1

carte n°6 vu □

règle des signes

Pour trouver le signe du résultat d'un calcul qui ne contient **que** des multiplications et des divisions, on compte le nombre de signes " **–** ".

- **pair : positif**
- **impair : négatif**

exemple : $\dfrac{(+4)\times(-6)}{(-3)\times(-2)} = -4$

carte n°7 vu □

règle de simplification des fractions

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

exemples : $\dfrac{7 \times 8}{7 \times 5} = \dfrac{\cancel{7} \times 8}{\cancel{7} \times 5} = \dfrac{8}{5}$

$\dfrac{3 \times \cancel{4} \times \cancel{5}}{\cancel{4} \times \cancel{5} \times 6} = \dfrac{3}{6}$

simplification : $\dfrac{12}{15} = \dfrac{\cancel{3} \times 4}{5 \times \cancel{3}} = \dfrac{4}{5}$

conversion : $\dfrac{4}{5} = \dfrac{12}{15}$

carte n°8 vu □

règle de multiplication des fractions

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

<u>exemples</u> :

$$\frac{7}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{7 \times 5}{3 \times 9} = \frac{35}{27}$$

$$8 \times \frac{6}{7} = \frac{8}{1} \times \frac{6}{7} = \frac{48}{7}$$

$$\frac{15}{28} \times \frac{21}{20} = \frac{\mathbf{15} \times \mathit{21}}{\underline{28} \times \underline{\underline{10}}} = \frac{\mathbf{3} \times \cancel{\mathbf{5}} \times \mathit{3} \times \cancel{\mathit{7}}}{\underline{4 \times \cancel{7}} \times \underline{\underline{2 \times \cancel{5}}}} = \frac{9}{8}$$

carte n°9 vu □

règle d'addition et de soustraction des fractions

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

<u>exemples</u> : $\frac{8}{9} + \frac{5}{9} = \frac{13}{9}$

$$\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \frac{5}{6} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{6}} = \frac{1}{6}$$

carte n°10 vu □

règle de division des fractions

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

<u>exemples</u> :

$$\frac{7}{3} : \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{6}$$

$$\frac{7}{4} : 8 = \frac{7}{4} : \frac{8}{1} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{7}{32}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

carte n°11 vu □

règle des produits en croix

Dire que deux fractions sont égales revient à dire que leurs produits en croix sont égaux.

<u>exemples</u> :

$\frac{7}{8} \neq \frac{5}{6}$ car $7 \times 6 \neq 8 \times 5$

$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ car $4 \times 9 = 6 \times 6$

carte n°12 vu □

proportionnalité

Pour savoir si deux grandeurs sont proportionnelles il suffit de se demander : "Si j'ai 2 fois plus l'un, ai-je 2 fois plus de l'autre ?"

<u>exp 1</u> : j'achète des pommes au kg. Si j'en achète 2 fois plus, je paierai 2 fois plus donc le prix et la masse des pommes sont proportionnels.

<u>exp 2</u> : une personne 2 fois plus grande ne pèse pas 2 fois plus lourd donc la taille et la masse des gens ne sont pas proportionnelles.

carte n°13 vu □

règle de trois

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, on peut calculer une valeur particulière avec la formule :

$$\frac{\text{multiplication diagonale}}{\text{le } 3^{e} \text{ nombre}}$$

<u>exemple</u> : J'achète des pommes au kg et je sais que 5 kg coûtent 6 €.

Combien coûte 3 kg ?

5 kg ⟶ 6 €

3 kg ⟶ $\frac{3 \times 6}{5} = 3{,}6$ €

carte n°14 vu □

fraction d'une grandeur

Calculer une fraction d'une grandeur revient à multiplier la fraction et la grandeur.

<u>exemple</u> :

$\frac{4}{5}$ de 35 € fait $\frac{4}{5} \times 35 = \frac{4 \times 7 \times \cancel{5}}{\cancel{5}} = 28$ €

carte n°15 vu □

conversion des unités des temps

Sachant que 1h = 60 min et que 1 min = 60 s, on retrouve ce schéma de conversion :

$$\begin{tikzcd}
h \arrow[r, bend left, "\times 60"] \arrow[rr, bend left=60, "\times 3600"] & min \arrow[r, bend left, "\times 60"] \arrow[l, bend left, ": 60"] & s \arrow[l, bend left, ": 60"] \arrow[ll, bend left=60, ": 3600"]
\end{tikzcd}$$

<u>Exemples</u> : 0,7 h = 42 min

5,7 h = 5h 42 min

carte n°16 vu □

développements

distributivité simple :

$$k\,(a+b) = k\times a + k\times b$$

exp: $3x(2-5x) = 6x - 15x^2$
car $3x \times 2 = 6x$ et $3x \times -5x = -15x^2$

distributivité double :

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

exp: $(3+x)(5-2x) = 15-6x+5x-2x^2$
$= 15 - x - 2x^2$

carte n°17 vu □

développements particuliers **

1°) Lorsqu'un " – " ou un " + " ne s'adresse qu'à une parenthèse, on rajoute un " 1 " devant la parenthèse et on fait un développement simple.

exp : $7-(3x-2) = 7-\mathbf{1}\,(3x-2)$
$= 7-3x+2 = 9-3x$

2°) Lorsqu'un " – " s'adresse à plus d'une parenthèse, on rajoute des crochets à qui s'adresse ce " – " puis on développe ce qui est entre les crochets.

exp : $7-(3x-2)^2 = 7-\mathbf{[}(3x-2)^2\mathbf{]}$
$= 7-1\,(9x^2-12x+4)$
$= 7-9x^2+12x-4$
$= 3-9x^2+12x$

carte n°18 vu □

équations

Pour résoudre une équation on peut :

- additionner ou soustraire des deux côtés un même nombre
- multiplier ou diviser les deux côtés par un même nombre.

exemple : $7x - 8 = 9x - 3$ donc

$7x - \cancel{8} + \cancel{\mathbf{8}} - 9x = \cancel{9x} - 3 + \mathbf{8} - \cancel{9x}$

donc $-2x = 5$ donc $\dfrac{-\cancel{2}x}{-\cancel{2}} = \dfrac{5}{-2}$

donc $x = \dfrac{-5}{2}$

carte n°22 vu □

règle de trois pour les équations

Pour trouver la solution d'une équation du type $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{x}$

On utilise la formule :

$$x = \frac{b\times c}{a} = \frac{\text{multiplication diagonale}}{\text{le 3}^{\text{e}}\text{ nombre}}$$

exemple : $\dfrac{7}{x} = \dfrac{9}{4}$

donc $x = \dfrac{7\times 4}{9}$ donc $x = \dfrac{28}{9}$

carte n°23 vu □

règles des puissances

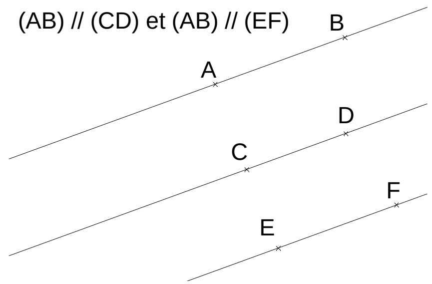
- $x^m \times x^n = x^{m+n}$
- $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- $\dfrac{x^n}{y^n} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^n$
- $x^n \times y^n = (x\times y)^n$
- $(x^m)^n = x^{m\times n}$

exemples : $7^5 \times 7^3 = 7^8$
$(9^2)^{-4} = 9^{-8}$

carte n°26 vu □

droites parallèles

Si deux droites sont parallèles à une même droite alors ces deux droites sont parallèles.

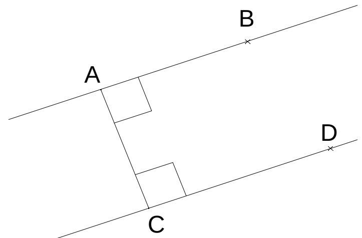


$\left.\begin{array}{l}(AB)\ //\ (CD)\\(AB)\ //\ (EF)\end{array}\right\}$ donc (CD) // (EF)

carte n°28 vu □

droites perpendiculaires

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces deux droites sont parallèles.

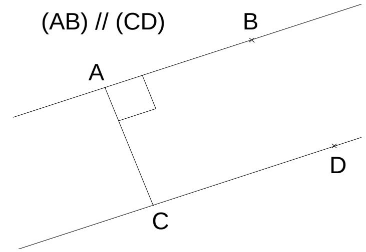


$\left.\begin{array}{l}(AC)\perp(AB)\\(AC)\perp(CD)\end{array}\right\}$ donc (AB) // (CD)

carte n°29 vu □

droites parallèles et perpendiculaires

Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

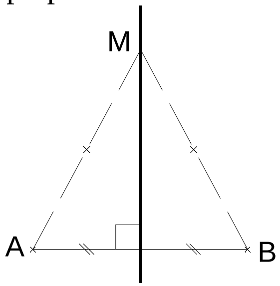


$\left.\begin{array}{l}(AB)\ //\ (CD)\\(AB)\perp(AC)\end{array}\right\}$ donc $(CD)\perp(AC)$

carte n°30 vu □

médiatrice

La médiatrice d’un segment est la droite qui coupe ce segment en son milieu et perpendiculairement.

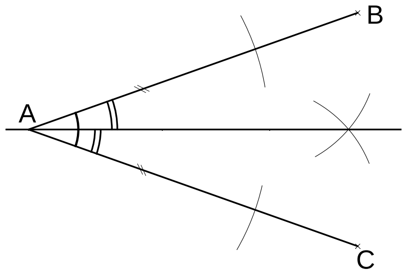


Dire qu’un point est sur la médiatrice d’un segment revient à dire que ce point est à égale distance des extrémités du segment.

carte n°31 vu □

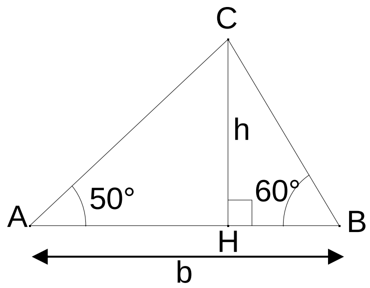
bissectrice

La bissectrice d’un angle est la droite qui coupe cet angle en deux angles de même mesure.



carte n°32 vu □

le triangle



- aire d’un triangle : $\mathcal{A} = \dfrac{b \times h}{2}$

ici : la base est b = AB et sa hauteur associée est h = CH.

- dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.

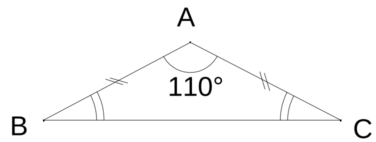
Dans le triangle ABC on a :

$\widehat{C} = \widehat{ACB} = 180 - (40 + 60) = 80°$

carte n°33 vu □

le triangle isocèle

Un triangle est isocèle s’il a deux côtés de même longueur.



Le triangle ABC est isocèle en A

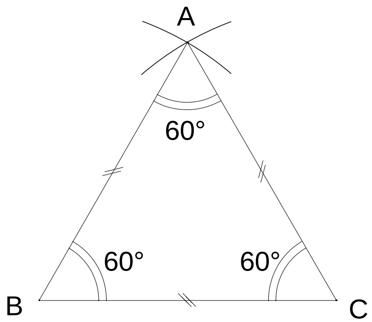
Dire qu’un triangle est isocèle revient à dire qu’il a deux angles de même mesure.

Dans le triangle ABC isocèle en A on a : $\widehat{B} = \widehat{C} = (180 - 110) : 2$
$= 70 : 2 = 35°$

carte n°34 vu □

le triangle équilatéral

Un triangle est équilatéral s’il a ses côtés de même longueur.



Le triangle ABC est équilatéral

Dire qu’un triangle est équilatéral revient à dire que ses angles font 60°.

carte n°35 vu □

cercle

Le **périmètre** d’un cercle de rayon r est $2 \times \pi \times r$ et son **aire** est $\pi \times r^2$

<u>exemples</u> : r = 4 cm :
périmètre : $2 \times \pi \times 4 \approx 25$ cm
aire du cercle : $\pi \times 4^2 \approx 50$ cm²

carte n°36 vu □

propriétés des parallélogrammes

Un parallélogramme a :

- ses côtés opposés parallèles
- ses côtés opposés de même longueur
- ses diagonales qui se coupent en leurs milieux
- ses angles opposés de même mesure
- ses angles consécutifs supplémentaires

carte n°37 vu □

propriétés de reconnaissance des parallélogrammes

Un quadrilatère est un parallélogramme s’il vérifie une de ses conditions :

- ses côtés opposés parallèles
- ses côtés opposés ont la même longueur (et il est non croisé)
- ses diagonales se coupent en leurs milieux
- il a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur (et il est non croisé)

carte n°38 vu □

propriétés des rectangles

Un rectangle a :

- ses angles droits
- ses côtés opposés parallèles
- ses côtés opposés de même longueur
- ses diagonales qui se coupent en leurs milieux
- ses diagonales de même longueur

carte n°39 vu □

propriétés de reconnaissance des rectangles

Un quadrilatère est un rectangle s'il vérifie une de ses conditions :

- il a 3 angles droits
- c'est un parallélogramme qui a 1 angle droit
- c'est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur

carte n°40 vu □

propriétés des losanges

Un losange a :

- ses côtés opposés parallèles
- ses côtés de même longueur
- ses diagonales qui se coupent en leurs milieux
- ses diagonales perpendiculaires
- ses angles opposés de même mesure
- ses angles consécutifs supplémentaires
- ses diagonales qui sont des bissectrices de ses angles

carte n°41 vu □

propriétés de reconnaissance des losanges

Un quadrilatère est un losange s'il vérifie une de ses conditions :

- il a ses côtés de même longueur
- c'est un parallélogramme qui a 2 côtés consécutifs de même longueur
- c'est un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires

carte n°42 vu □

les carrés

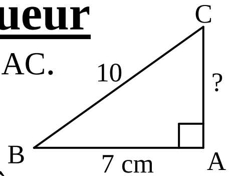
Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

propriétés du carré : ce sont celles du rectangle et du losange réunies.

Pour prouver qu'un quadrilatère est un carré, il faut que c'est un rectangle et un losange.

carte n°43 vu □

Pythagore : calcul de longueur



Question : calculer AC.

Réponse :

J'utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A.

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 10^2 - 7^2$

$= 51$

donc $AC = \sqrt{51}$ cm (valeur exacte)

$\approx 7{,}1$ cm (valeur approchée)

carte n°44 vu □

Pythagore : le triangle est-il rectangle ?

ABC est un triangle tel que :
AB = 5 cm, BC = 12 cm, AC = 13 cm

Question : ABC est-il rectangle ?

Réponse : 1) on calcule le carré du côté le plus grand : $AC^2 = 13^2 = 169$

2) on calcule la somme des carrées des deux autres côtés :
$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

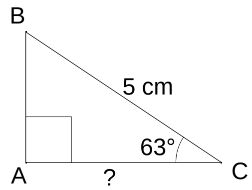
3) - si on obtient les mêmes résultats, on écrit : "On a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
Le triangle ABC est donc rectangle en B d'après le **théorème réciproque** de Pythagore"

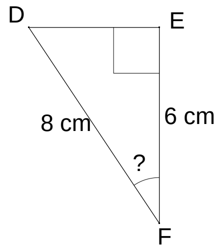
- si on obtient des résultats différents, on écrit : "On a : $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.
Le triangle ABC n'est donc pas rectangle d'après le **théorème** de Pythagore"

carte n°45 vu □

cosinus

$$\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$





exemples : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\cos(\widehat{C}) = \frac{CA}{CB}$ donc $\cos(63) = \frac{CA}{5}$

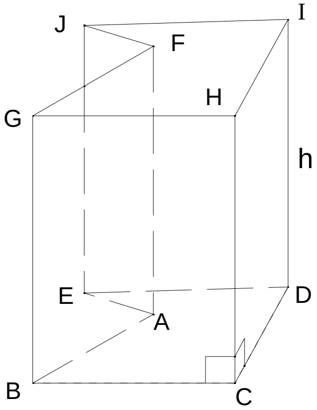
donc $CA = 5 \times \cos(63) \approx 2{,}3$ cm

Dans le triangle EFG rectangle en E on a : $\cos(\widehat{F}) = \frac{FE}{FD} = \frac{6}{8}$ donc $\widehat{F} = \arccos\left(\frac{6}{8}\right) \approx 41°$

carte n°49 vu □

prisme droit

Un prisme droit est un polygone (la base) étiré perpendiculairement d'une hauteur h.



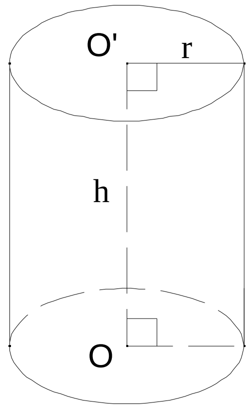
Volume : $V = \mathcal{B} \times h$

où $\mathcal{B}$ désigne l'aire de la base

carte n°50 vu □

cylindre de révolution

Un cylindre de révolution est un disque (la base) étiré perpendiculairement d'une hauteur h.

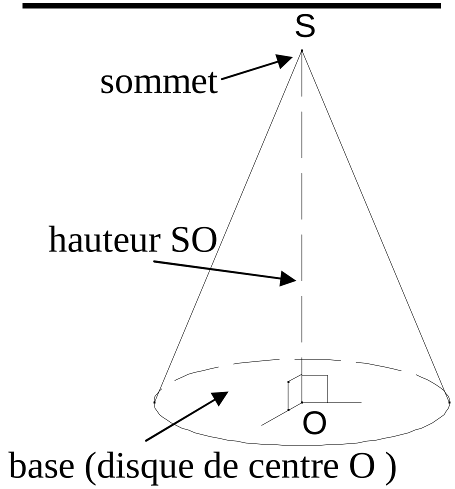


Volume : $V = \mathcal{B} \times h$

où $\mathcal{B}$ désigne l'aire de la base

carte n°51 vu □

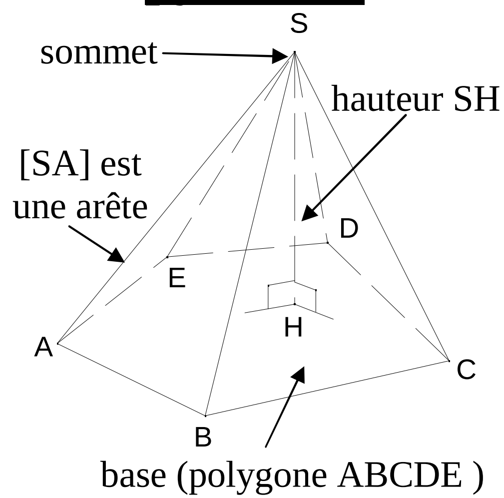
cône de révolution



$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3}$$

carte n°52 vu □

pyramide



$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{3}$$

carte n°53 vu □