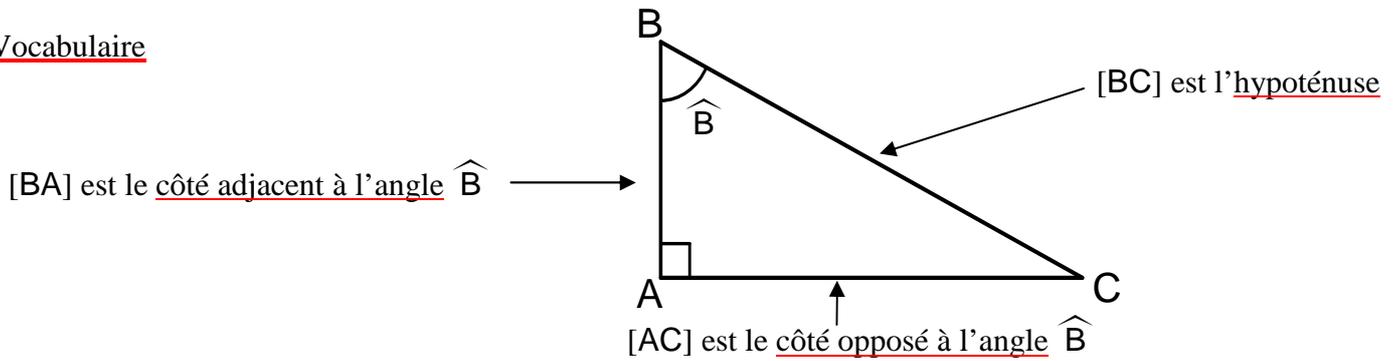


Chapitre : Trigonométrie

I Vocabulaire



Définitions : Dans un triangle rectangle, on définit le cosinus (cos), le sinus (sin) et la tangente (tan) par les formules suivantes :

$$\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Exemples : A propos de la figure ci-dessus, on a : $\cos(\widehat{B}) = \frac{BA}{BC}$ $\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC}$ $\tan(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB}$

Remarque : Retenir le mot **SOHCAHTOA** est un moyen mnémotechnique pour retenir les formules :
S désigne le sinus, A l'adjacent, H l'hypoténuse ...

Pour calculer le cosinus, sinus ou tangente d'un angle, on utilise les touches $\boxed{\cos}$, $\boxed{\sin}$ et $\boxed{\tan}$ de la calculatrice.

Exemple : $\sin(30) = 0,5$

La calculatrice permet aussi de trouver la mesure d'un angle dont on connaît la valeur du cosinus, sinus ou tangente grâce aux touches : $\boxed{\cos^{-1}}$ ou $\boxed{\arccos}$, $\boxed{\sin^{-1}}$ ou $\boxed{\arcsin}$, $\boxed{\tan^{-1}}$ ou $\boxed{\arctan}$.

Exemple : $\arcsin(0,5) = 30^\circ$.

Remarque : Comme l'hypoténuse est le plus grand côté, le cosinus et le sinus sont des nombres inférieurs à ... car c'est le résultat d'une division d'un nombre par un nombre plus grand.

II Applications

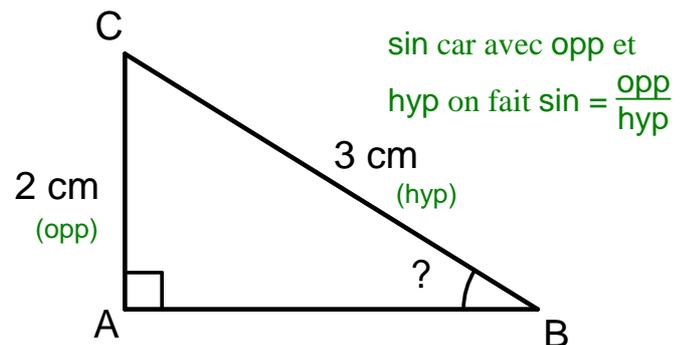
a) Calcul de mesure d'angle

On considère la figure suivante :

Question : Calcule la mesure de l'angle \widehat{B} au degré près.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3} \text{ donc } \widehat{B} = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \approx 41,8^\circ$$



b) Calcul de longueur

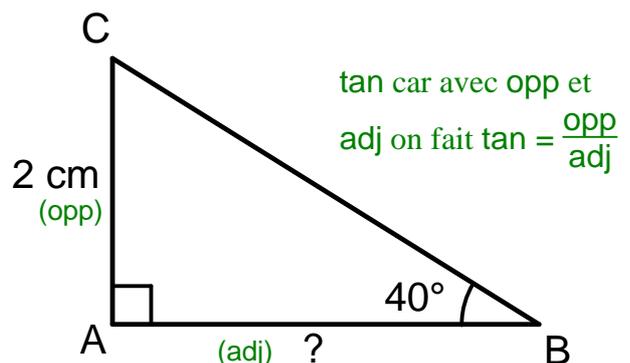
On considère la figure suivante :

Question : Calcule AB à 0,1 près.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\tan(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB} \text{ donc } \frac{\tan(40)}{1} = \frac{2}{AB}$$

$$\text{Donc } AB = \frac{2 \times 1}{\tan(40)} \approx 2,4 \text{ cm}$$



Feuille d'exercices sur la trigonométrie

Exercice 1 : Résous ces équations

a) $\frac{x}{8} = \frac{7}{5}$ b) $\frac{9}{x} = \frac{7}{8}$ c) $\frac{2}{3} = \frac{x}{11}$ d) $\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$ e) $7 = \frac{9}{x}$

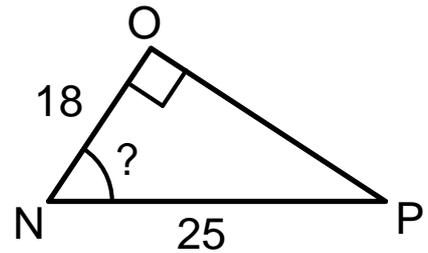
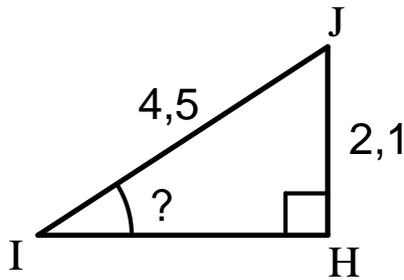
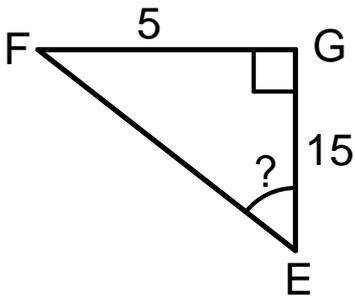
Exercice 2 : Complète les trois tableaux ci-dessous en arrondissant les résultats à 0,01 près.

cos	18	65			
			0,15	0,78	$\frac{2}{3}$

sin	35	72			
			0,5	0,92	$\frac{3}{7}$

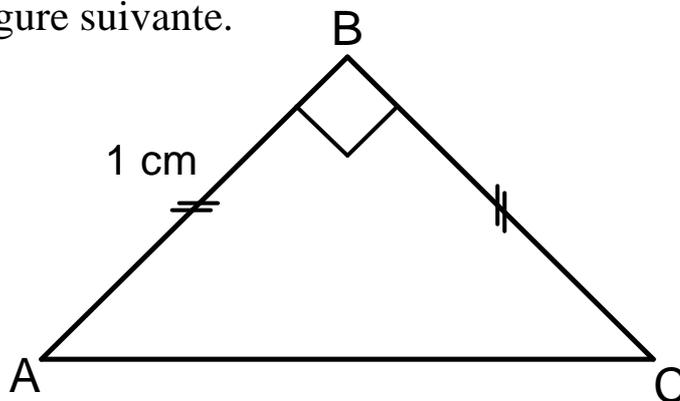
tan	50	62			
			1	38	$\frac{16}{7}$

Exercice 3 : Calcule au degré près les mesures des angles indiqués.



Exercice 4 : RST est un triangle tel que : $RS = 8$ cm, $\widehat{RST} = 30^\circ$ et $ST = 12$ cm. Calcule l'aire du triangle RST.

Exercice 5 : On considère la figure suivante.



- Calcule CA en valeur exacte.
- Calcule la mesure de l'angle \widehat{BAC} .
- Déduis-en des valeurs exactes de $\cos(45^\circ)$, $\sin(45^\circ)$ et $\tan(45^\circ)$.

Exercices pour préparer le contrôle de trigonométrie (calculatrice indispensable)

Exercice 1 : ABC est un triangle rectangle en A et les longueurs sont indiquées en centimètre. Dans chacun des cas suivants, détermine la grandeur indiquée arrondie au dixième.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $AB = 7$; $BC = 10$; $\widehat{C} = ?$ | b) $\widehat{B} = 53^\circ$; $AC = 15$; $AB = ?$ | c) $AC = 9$; $BC = 23$; $\widehat{C} = ?$ |
| d) $AB = 22$; $\widehat{B} = 75^\circ$; $BC = ?$ | e) $AB = 64$; $CA = 42$; $\widehat{C} = ?$ | f) $BC = 34$; $\widehat{C} = 82^\circ$; $AB = ?$ |

Exercice 2 : a) Détermine la mesure des angles au degré près du triangle ABC tel que :

$$AB = 49,6 \text{ cm} ; BC = 93 \text{ cm} ; CA = 105,4 \text{ cm}.$$

b) Calcule AB à 0,1 cm près du triangle ABC tel que : $\widehat{A} = 34^\circ$ et $\widehat{B} = 56^\circ$ et $BC = 7 \text{ cm}$.

Exercice 3 : À propos de cette figure, on va calculer BH de deux façons différentes.

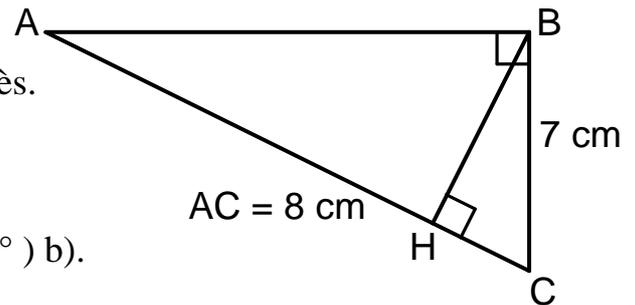
1°) a) Démontrer que $AB = \sqrt{15} \text{ cm}$

b) Prouve que $BH = \frac{7\sqrt{15}}{8} \text{ cm}$ puis calcule BH à 0,1 près.

Indication : écrire le sinus dans deux triangles.

2°) a) Détermine la mesure de \widehat{ACB} au degré près.

b) Calcule BH à 0,1 cm près et retrouve le résultat de 1°) b).



Remarque : Lors de ce contrôle, tu devras utiliser : Pythagore et sa réciproque, la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180°

Exercices pour préparer le contrôle de trigonométrie (calculatrice indispensable)

Exercice 1 : ABC est un triangle rectangle en A et les longueurs sont indiquées en centimètre. Dans chacun des cas suivants, détermine la grandeur indiquée arrondie au dixième.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $AB = 7$; $BC = 10$; $\widehat{C} = ?$ | b) $\widehat{B} = 53^\circ$; $AC = 15$; $AB = ?$ | c) $AC = 9$; $BC = 23$; $\widehat{C} = ?$ |
| d) $AB = 22$; $\widehat{B} = 75^\circ$; $BC = ?$ | e) $AB = 64$; $CA = 42$; $\widehat{C} = ?$ | f) $BC = 34$; $\widehat{C} = 82^\circ$; $AB = ?$ |

Exercice 2 : a) Détermine la mesure des angles au degré près du triangle ABC tel que :

$$AB = 49,6 \text{ cm} ; BC = 93 \text{ cm} ; CA = 105,4 \text{ cm}.$$

b) Calcule AB à 0,1 cm près du triangle ABC tel que : $\widehat{A} = 34^\circ$ et $\widehat{B} = 56^\circ$ et $BC = 7 \text{ cm}$.

Exercice 3 : À propos de cette figure, on va calculer BH de deux façons différentes.

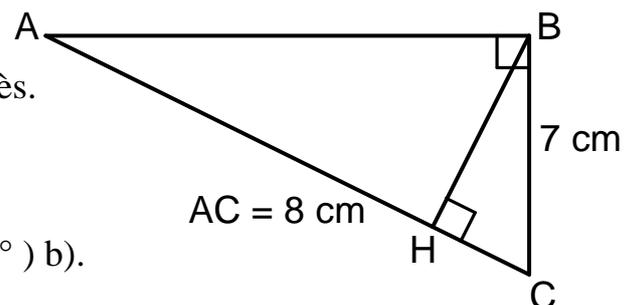
1°) a) Démontrer que $AB = \sqrt{15} \text{ cm}$

b) Prouve que $BH = \frac{7\sqrt{15}}{8} \text{ cm}$ puis calcule BH à 0,1 près.

Indication : écrire le sinus dans deux triangles.

2°) a) Détermine la mesure de \widehat{ACB} au degré près.

b) Calcule BH à 0,1 cm près et retrouve le résultat de 1°) b).



Remarque : Lors de ce contrôle, tu devras utiliser : Pythagore et sa réciproque, la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180°

Correction des exercices pour préparer le contrôle de trigonométrie

<p><u>Ex 1</u> : a) Dans ABC rectangle en A on a :</p> $\sin \widehat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{10} \text{ donc } \widehat{C} = \arcsin\left(\frac{7}{10}\right) \approx 44,42^\circ$	<p>b) Dans ABC rectangle en A on a : $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$</p> $\text{donc } \tan(53) = \frac{15}{AB} \text{ donc } AB = \frac{15}{\tan(53)} \approx 11,30 \text{ cm}$
<p>c) Dans ABC rectangle en A on a :</p> $\cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{23} \text{ donc } \widehat{C} = \arccos\left(\frac{9}{23}\right) \approx 66,96^\circ$	<p>d) Dans ABC rectangle en A on a : $\cos \widehat{B} = \frac{BA}{BC}$</p> $\text{donc } \cos(75) = \frac{22}{BC} \text{ donc } BC = \frac{22}{\cos 75} \approx 85 \text{ cm}$
<p>e) Dans ABC rectangle en A on a :</p> $\tan \widehat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{64}{42} \text{ donc } \widehat{C} = \arctan\left(\frac{64}{42}\right) \approx 56,72^\circ$	<p>f) Dans ABC rectangle en A on a : $\sin \widehat{C} = \frac{AB}{BC}$</p> $\text{donc } \sin(82) = \frac{AB}{34} \text{ donc } AB = 34 \sin(82) \approx 33,66 \text{ cm}$

Ex 2 : a) On a : $CA^2 = 105,4^2 = 11\,109,16$ et $AB^2 + BC^2 = 49,6^2 + 93^2 = 11\,109,16$
 Donc $CA^2 = AB^2 + BC^2$ donc ABC est rectangle en B d'après le théorème réciproque de Pythagore.

Dans ABC rectangle en B on a : $\cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC} = \frac{49,6}{105,4}$ donc $\widehat{A} = \arccos\left(\frac{49,6}{105,4}\right) \approx 62^\circ$

et $\widehat{C} \approx 180 - (90 + 62) \approx 28^\circ$

remarque : on peut utiliser aussi sin ou tan.

b) ABC rectangle en C car $\widehat{C} = 180 - (34 + 56) = 90^\circ$.

Dans ABC rectangle en C on a : $\cos(\widehat{A}) = \frac{AC}{B} = \frac{49,6}{105,4}$ donc $\widehat{A} = \arccos\left(\frac{49,6}{105,4}\right) \approx 62^\circ$

et $\widehat{C} \approx 180 - (90 + 62) \approx 28^\circ$

On peut utiliser $\cos(\widehat{B})$ ou $\sin(\widehat{A})$ et on trouve $AB \approx 12,5 \text{ cm}$

ex 3 : 1°) a) Utilisons le théorème de Pythagore dans ABC rectangle en B.

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 8^2 - 7^2 = 15$ donc $AB = \sqrt{15} \text{ cm}$

b) Dans les triangles ABC rectangle en B et BHC rectangle en H on a :

$\sin(\widehat{C}) = \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{BC}$ donc $\frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{BH}{7}$ donc $BH = \frac{7\sqrt{15}}{8} \approx 3,4 \text{ cm}$

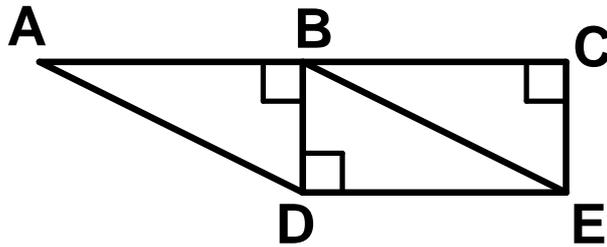
2°) a) Dans ABC rectangle en B : $\cos(\widehat{C}) = \frac{CB}{CA} = \frac{7}{8}$ donc $\widehat{C} = \arccos\left(\frac{7}{8}\right) \approx 29^\circ$

b) Dans BHC rectangle en H : $\sin(\widehat{C}) = \frac{BH}{BC}$ donc $\sin(29) \approx \frac{BH}{7}$ donc $BH \approx 7 \sin 29 \approx 3,39 \approx 3,4 \text{ cm}$

Devoir Maison : formules trigonométriques

NOM Prénom, classe :

On considère la figure suivante :



Pour **trouver le mot mystère** il te faudra surligner le bon chemin et récolter ses lettres : le chemin est une ligne continue qui passe par des lignes en pointillé. Il est fait de choses égales et lorsqu'on arrive d'un côté d'une case, on continue de l'autre côté.

Début $\cos(\widehat{DBE})$	$\frac{DE}{BE}$ T $\tan(\widehat{BED})$	$\frac{BD}{DE}$ A $\sin(\widehat{EBC})$
$\frac{BE}{BD}$ R $\sin(\widehat{BDA})$	$\frac{BD}{BE}$ S $\sin(\widehat{BED})$	$\cos(\widehat{BED})$ N $\frac{BC}{CE}$
$\frac{AB}{BD}$ O $\frac{BD}{AB}$	$\frac{BD}{AD}$ U $\frac{DE}{BE}$	$\frac{BD}{BE}$ I $\tan(\widehat{BEC})$
$\tan(\widehat{BDA})$ S $\sin(\widehat{BAD})$	$\tan(\widehat{BAD})$ I $\cos(\widehat{CBE})$	$\sin(\widehat{EBC})$ A $\tan(\widehat{EBC})$
Fin $\frac{AB}{AD}$	$\cos(\widehat{BAD})$ L $\frac{CE}{EB}$	$\frac{CB}{BE}$ D $\frac{CE}{CB}$

Le mot mystère est :

Ce mot signifie :

.....

.....

.....

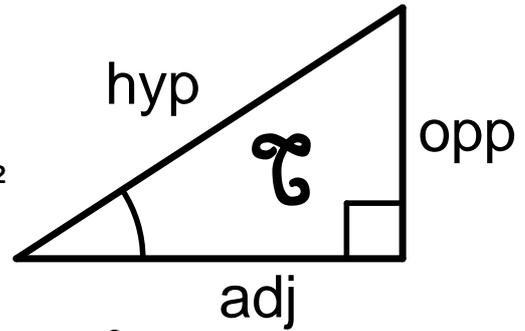
.....

.....

.....

Devoir Maison : autres formules trigonométriques (guidé)

On considère le triangle rectangle \mathcal{T} suivant :



Formule 1 :

a) Explique pourquoi on a : $\text{hyp}^2 = \text{adj}^2 + \text{opp}^2$

b) Prouve la formule $\cos^2 + \sin^2 = 1$ en complétant les égalités ci-dessous

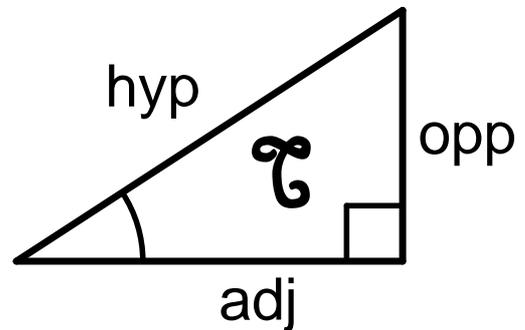
$$\begin{aligned} \cos^2 + \sin^2 &= \left(\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \right)^2 + \left(\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \right)^2 = \frac{\dots\dots\dots^2}{\dots\dots\dots^2} + \frac{\dots\dots\dots^2}{\dots\dots\dots^2} \\ &= \frac{\dots\dots\dots^2 + \dots\dots\dots^2}{\dots\dots\dots^2} = \frac{\dots\dots\dots^2}{\dots\dots\dots^2} = 1 \end{aligned}$$

Formule 2 : Prouve la formule $\frac{\sin}{\cos} = \tan$ en complétant les égalités ci-dessous

$$\frac{\sin}{\cos} = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} : \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \tan$$

Devoir Maison : autres formules trigonométriques

On considère le triangle rectangle \mathcal{T} suivant :



Formule 1 :

a) Prouve que : $\text{hyp}^2 = \text{adj}^2 + \text{opp}^2$

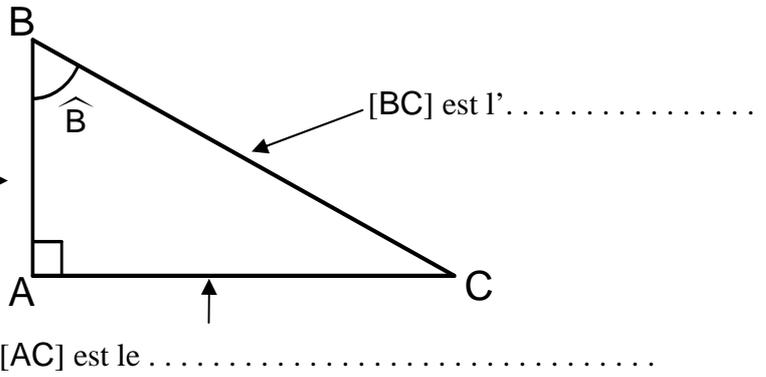
b) En déduire la formule : $\cos^2 + \sin^2 = 1$

Formule 2 : Prouve la formule : $\frac{\sin}{\cos} = \tan$

Chapitre : Trigonométrie

I Vocabulaire

[BA] est le



[AC] est le

Définitions : Dans un triangle rectangle, on définit le cosinus (cos), le sinus (sin) et la tangente (tan) par les formules suivantes :

cos =

sin =

tan =

Exemples : A propos de la figure ci-dessus, on a : $\cos(\widehat{B}) = \dots$ $\sin(\widehat{B}) = \dots$ $\tan(\widehat{B}) = \dots$

Remarque : Retenir le mot SOHCAHTOA est un moyen mnémotechnique pour retenir les formules :
 S désigne le sinus, A l'adjacent, H l'hypoténuse ...

Pour calculer le cosinus, sinus ou tangente d'un angle, on utilise les touches $\boxed{\cos}$, $\boxed{\sin}$ et $\boxed{\tan}$ de la calculatrice.

Exemple : $\sin(30) = \dots$

La calculatrice permet aussi de trouver la mesure d'un angle dont on connaît la valeur du cosinus, sinus ou tangente grâce aux touches : $\boxed{\cos^{-1}}$ ou $\boxed{\arccos}$, $\boxed{\sin^{-1}}$ ou $\boxed{\arcsin}$, $\boxed{\tan^{-1}}$ ou $\boxed{\arctan}$.

Exemple : $\arcsin(0,5) = \dots$

Remarque : Comme l'hypoténuse est le plus grand côté, le cosinus et le sinus sont des nombres inférieurs à ... car c'est le résultat d'une division d'un nombre par un nombre plus grand.

II Applications

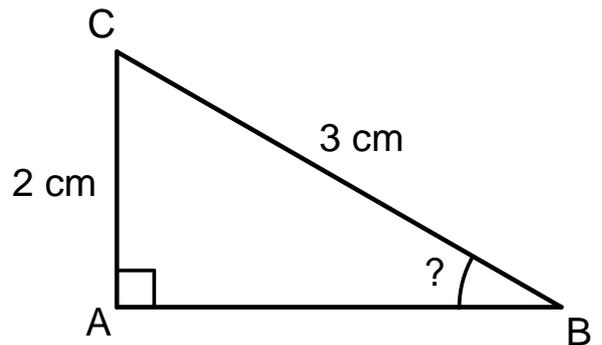
a) Calcul de mesure d'angle

On considère la figure suivante :

Question : Calcule la mesure de l'angle \widehat{B} au degré près.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

.....



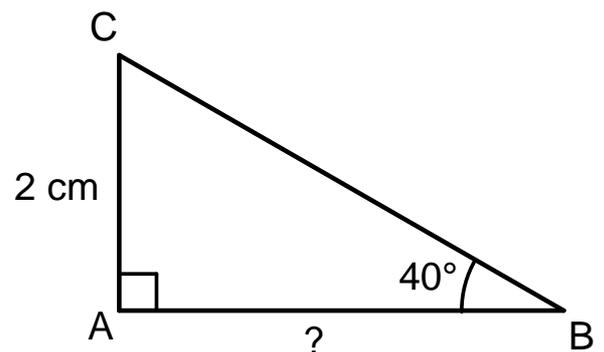
b) Calcul de longueur

On considère la figure suivante :

Question : Calcule AB à 0,1 près.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

.....



Chapitre : Trigonométrie

Commentaire :

Remarque : CAHSOHTOA est facile à retenir en pensant à "casse toi" mais je lui préfère SOHCAHTOA.
Les feuilles d'exercices sont prévues pour être imprimé "2 pages par feuille"
Le fichier contient un cours à trou destiné aux élèves pour lesquels il est demandé de limiter l'écriture.
Un devoir sur les valeurs remarquables de trigonométrie est disponible dans les DMS

Déroulement :

APPORTER SA CALCULATRICE

Exercice 1 de la feuille : équations fractionnaires

Exercice 24 a et b P 92 : longueur (cosinus)

Cours : chap. 2 : trigonométrie

I vocabulaire (jusqu'aux exemples)

Exercice oral : questions de vocabulaire sur les figures P 91

Exercice 13 P 91 : reconnaissance

Cours : calculatrice

Exercice 2 de la feuille : calculatrice

Interrogation

Cours : II applications

a) calcul de mesure d'angle

Exercice 36 P 94 : angle (sinus, $22,6^\circ$)

Exercice 37 b, c, a P 94 : angle (b cos : $66,4^\circ$, c tan : $35,5^\circ$, a $36,8^\circ$)

Exercice 3 de la feuille : angles ($18,4^\circ$; $27,8^\circ$; $43,9^\circ$)

Exercice 39 P 94 : Pythagore, angles (I= $22,6^\circ$; M= $67,3^\circ$)

Cours : b) calcul de longueur

Exercice 27 P 93 : longueur (sin ; 5,82cm)

Exercice 25 P 92 : longueur (tan ; 5,41cm)

Exercice 29 P 93 : longueur (sin:2,49, tan:4,72, sin:5,22)

Exercice 32 P 93 : longueur (somme 180° , longueur :UV \approx 2,71 ; UI \approx 1,43)

Exercice 37 d P 94 : longueur, angle (cos:ON \approx 4,88, sin:N \approx 24°)

Exercice 4 de la feuille : problème longueur (RH=4 ; aire=24cm²)

Exercice 42 P 94 : problème angle (tan : $56,3^\circ$)

Exercice 5 : valeurs particulières

Exercices pour préparer le contrôle : à distribuer.

Interrogation type

NOM :

PRENOM :

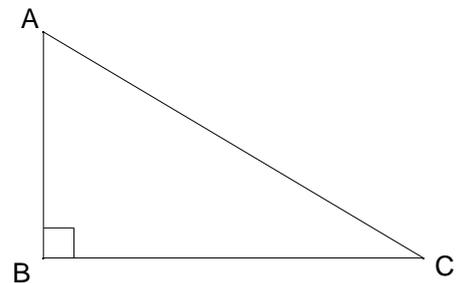
CLASSE :

Complète sur cette feuille avec les lettres de la figure :

$$\cos(\widehat{C}) = \text{---} \quad \sin(\widehat{C}) = \text{---} \quad \tan(\widehat{A}) = \text{---}$$

Trouve à la calculatrice et à 0,1 près :

$$\sin(65) \approx \quad \arctan(47) \approx$$



Validation des connaissances et des compétences

I : insuffisant, F : fragile, S : satisfaisant, E : excellent

17.15 : Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle (*exercice 1 sur 12 points*)

D4 : démontrer (*exercices 2 et 3 sur 8 points*)