

Chapitre : Les fractions

Rappel des règles de calcul :

Simplification

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

Multiplication

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Addition et soustraction

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Division

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemples :

$$\frac{36}{48} = \frac{\cancel{6} \times 6}{\cancel{6} \times 8} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{6} = \frac{9}{24} - \frac{20}{24} = \frac{-11}{24} : \text{on met au même dénominateur}$$

$$\frac{15}{28} \times \frac{56}{45} = \frac{3 \times 5 \times \cancel{7} \times 8}{4 \times 7 \times 9 \times 5} = \frac{3 \times 2 \times 4}{4 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{8} : \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{7 \times 4}{2 \times 4 \times 3} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{36}{9} = \frac{36}{11} : 9 = \frac{36}{11} \times \frac{1}{9} = \frac{4 \times \cancel{9}}{11 \times \cancel{9}} = \frac{4}{11} : \text{la division est la barre de fraction qui est à la hauteur du signe « = ».}$$

$$\frac{20}{9} + \left(\frac{8}{3} - 5\right) : \left(\frac{1}{15} + \frac{5}{6}\right) = \frac{20}{9} + \left(\frac{8}{3} - \frac{15}{3}\right) : \left(\frac{2}{30} + \frac{25}{30}\right) : \text{On respecte les priorités de calcul}$$

$$= \frac{20}{9} + \frac{-7}{3} : \frac{27}{30}$$

$$= \frac{20}{9} - \frac{7}{3} \times \frac{30}{27}$$

$$= \frac{20}{9} - \frac{7 \times 3 \times 10}{3 \times 27}$$

$$= \frac{20}{9} - \frac{70}{27}$$

$$= \frac{60}{27} - \frac{70}{27}$$

$$= -\frac{10}{27}$$

Remarques : – On donne toujours les résultats écrits en fractions irréductibles

– Vérifie tes résultats à la calculatrice. (Touche $\boxed{/}$ ou $\boxed{/div}$ ou $\boxed{d/c}$... qui affiche en général \downarrow)

Exercice 1 : Calcule ou simplifie. (Donner les résultats écrits en fractions irréductibles)

$$\begin{array}{llll}
 A = \frac{56}{12} & B = -\frac{-27}{81} & C = -\frac{+18}{-48} & D = -\frac{-7 \times (+3) \times (-12) \times (+2)}{+28 \times (-18) \times (-5)} \\
 E = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} - \frac{21}{4} & F = \frac{-7}{-10} - \frac{-3}{10} & G = -\frac{18}{5} + \frac{-12}{5} & H = \frac{-15}{11} + \frac{5}{4} - \frac{20}{11} + \frac{-15}{4} + \frac{2}{11} + \frac{2}{4} + 1 \\
 I = \frac{11}{6} + \frac{13}{4} & J = \frac{1}{4} - \frac{7}{10} & K = \frac{4}{9} - \frac{11}{6} + 2 & L = \frac{-4}{15} - \frac{3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{10} - 4 \\
 M = \frac{45}{49} \times \frac{28}{27} & N = \frac{42}{25} \times \frac{30}{56} & P = \frac{-12}{-72} \times \frac{48}{-36} & Q = \frac{99}{13} \times \frac{55}{28} \times \frac{56}{23} \times \frac{46}{121} \\
 R = \frac{42}{15} : \frac{28}{35} & S = 10 : \frac{7}{8} & T = \frac{48}{25} : 32 & U = \frac{63}{42} \times 3
 \end{array}$$

Exercice 2 : Calcule. (Vu au brevet)

$$\begin{array}{lll}
 A = \frac{9}{11} - \frac{5}{4} : \frac{11}{7} & B = \left(\frac{4}{7} - \frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{1}{4} : \frac{6}{7}\right) & C = \left(-3 + \frac{1}{4} \times \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{2}{5} - 5 \times \frac{1}{3}\right) \\
 D = \left(\frac{9}{11} - \frac{5}{4}\right) : \frac{11}{7} & E = \frac{4 - (2 - 5)^2}{4 + 5} & F = \frac{1 - \frac{1}{3}}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5}
 \end{array}$$

Exercice de consolidation : Les fractions

Exemples de calculs : $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ on n'oublie pas simplifier le résultat

$\frac{5}{6} + \frac{7}{4} = \frac{10}{12} + \frac{21}{12} = \frac{31}{12}$ pour additionner ou soustraire, il faut mettre les fractions au même dénominateur

$\frac{48}{72} \times \frac{54}{42} = \frac{\cancel{6} \times \cancel{8} \times \cancel{9} \times 6}{\cancel{8} \times \cancel{9} \times \cancel{6} \times 7} = \frac{6}{7}$ pour multiplier, on simplifie en décomposant les nombres et en les barrant

$\frac{49}{40} : \frac{63}{56} = \frac{49}{40} \times \frac{56}{63} = \frac{\cancel{7} \times 7 \times 7 \times \cancel{8}}{\cancel{8} \times 5 \times \cancel{7} \times 9} = \frac{49}{45}$ pour diviser, on multiplie par l'inverse

$\frac{2}{3} - \frac{25}{32} \times \frac{24}{5} = \frac{2}{3} - \frac{5 \times \cancel{8} \times 3 \times \cancel{8}}{4 \times \cancel{8} \times \cancel{8}}$ on respecte les priorités de calcul

$= \frac{2}{3} - \frac{15}{4}$ à chaque étape, on recopie tout le calcul

$= \frac{8}{12} - \frac{45}{12} = \frac{-37}{12}$ et on vérifie son résultat avec la calculatrice.

Effectue les calculs suivants et donne les résultats écrits en fraction irréductible.

$A = \frac{7}{4} - \frac{5}{4}$	$B = \frac{1}{6} + \frac{5}{9}$	$C = \frac{7}{8} - \frac{7}{12}$	$D = 5 + \frac{11}{6}$
$E = \frac{1}{2} \times \frac{7}{5}$	$F = \frac{7}{8} \times \frac{9}{7}$	$G = 12 \times \frac{25}{36}$	$H = \frac{8}{7} \times \frac{63}{72}$
$I = \frac{4}{3} : \frac{5}{7}$	$J = 7 : \frac{14}{10}$	$K = \frac{12}{25} : 8$	$L = \frac{14}{40} : \frac{49}{64}$
$M = \frac{3}{2} - \frac{6}{3} \times \frac{4}{7}$	$N = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} : \left(1 - \frac{1}{10}\right)$	$P = \frac{4}{3} : \frac{12}{14} + \frac{7}{2} \times \frac{8}{3}$	$Q = \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1}{9}$

Consolidation : ce qu'il faut savoir sur les fractions

- **L'addition et la soustraction** : On a : 4 cinquièmes + 3 cinquièmes = 7 cinquièmes. Donc $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

La règle pour l'addition (et la soustraction) est donc la suivante : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

Pour additionner ou soustraire des fractions, il faut donc les « convertir » en des fractions qui ont le même dénominateur :

Exemple : $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 2) et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 3) et donc $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

- **La multiplication et la division** : Rappelons les règles suivantes :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Remarque : Il faut penser à simplifier les calculs avant de multiplier « bêtement » les nombres.

Exemples : $\frac{35}{36} \times \frac{48}{56} = \frac{7 \times 5 \times 6 \times 8}{6 \times 6 \times 7 \times 8} = \frac{5}{6}$ et $\frac{15}{28} : \frac{25}{21} = \frac{15}{28} \times \frac{21}{25} = \frac{3 \times 5 \times 3 \times 7}{4 \times 7 \times 5 \times 5} = \frac{9}{20}$

Remarques : – Les calculatrices de type collège permettent souvent de faire du calcul fractionnaire.

La touche à utiliser pour écrire une fraction est $\boxed{d/c}$ ou $\boxed{/}$ ou $\boxed{/div}$ ou $\boxed{Ab/c}$ ou $\boxed{ab/c}$ selon les modèles.

Ainsi : $1 \boxed{d/c} 2 + 1 \boxed{d/c} 3$ affiche $1 \boxed{d/c} 2 + 1 \boxed{d/c} 3$ qui donne $5 \boxed{d/c} 6$ et ce qui signifie $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

– lorsqu'un calcul contient plusieurs opérations, il faut respecter les priorités de calcul (d'abord les parenthèses, après les multiplications et les divisions et enfin les additions et les soustractions)

Fractions et écritures décimales

Dans cet exercice, on ne demande pas de justification

1°) a) Calcule et donne l'écriture décimale de :

$$A = \frac{1}{9}$$

$$B = \frac{2}{9}$$

$$C = \frac{3}{9}$$

$$D = \frac{8}{9}$$

$$E = \frac{10}{99}$$

$$F = \frac{11}{99}$$

$$G = \frac{12}{99}$$

$$H = \frac{46}{99}$$

$$I = \frac{482}{999}$$

$$J = \frac{483}{999}$$

$$K = \frac{484}{999}$$

$$L = \frac{485}{999}$$

b) Sans calcul, peut-on prévoir combien font $\frac{92}{99}$ et $\frac{729}{999}$?

2°) a) Ecris sous forme de fraction les nombres suivants :

$$M = 0,6666\dots$$

$$N = 0,24\ 24\ 24\dots$$

$$P = 0,156\ 156\ 156\dots$$

b) Même question avec les nombres

$$Q = 8,13\ 13\ 13\dots$$

$$R = 14,67\ 444444\dots$$

$$S = 15,687\ 59\ 59\ 59\dots$$

3°) Que dire d'un nombre dont l'écriture décimale finit par se répéter ?

4°) Inversement, en posant une division, trouve pourquoi une fraction de nombre entier a une écriture décimale qui finit toujours par se répéter.

Moralité : Les nombres dont l'écriture décimale finie par se répéter peuvent s'écrire comme des fractions et inversement. Ces nombres s'appellent les **nombres rationnels**.