

Épreuve de Mathématiques
Durée 2 heures

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (circulaire n°99 – 186 du 16 Novembre 1999).
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé. Le sujet comporte 5 pages.

Indication portant sur l'ensemble du sujet.

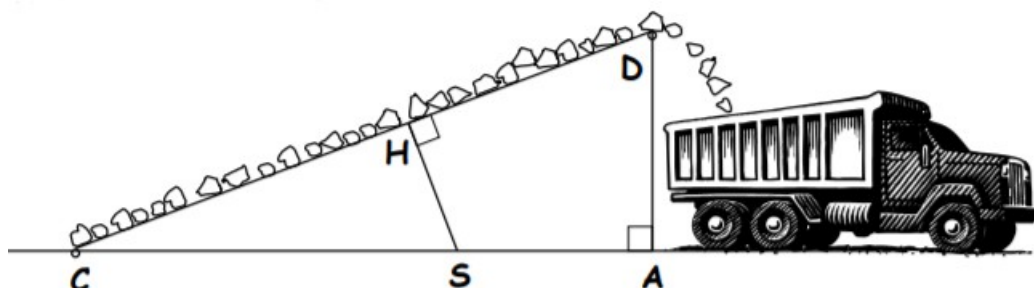
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Il y aura une compétence évaluée sur la propreté de la copie.

Exercice 1 : (19 points)

Pour procéder au chargement des rochers dans les camions, une carrière utilise le dispositif par tapis roulant représenté par le schéma simplifié ci-dessous.



On donne :

- Longueur du tapis roulant : $CD = 11,70$ m.
- Longueur au sol : $CA = 10,80$ m.
- (DA) et (CA) sont perpendiculaires.

1) Calculer la valeur exacte de la hauteur DA de laquelle tombent les matériaux.

2)

- a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$ que fait le tapis roulant avec l'horizontale. Arrondir au dixième de degré.
- b) Pour consolider le dispositif, une poutre $[HS]$ de 2,50 m de longueur est ancrée au sol en S et fixée perpendiculairement au tapis roulant en H . En utilisant la réponse du a), calculer la distance CS , arrondie au décimètre près.

3) La vitesse du tapis est 1,5 m/s, calculer la durée nécessaire, en secondes, pour acheminer un rocher de C à D .

Exercice 2 : (16 points)

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1) Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.

2) Quel nombre obtient-on si l'on choisit $\frac{-2}{3}$?

3) Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

4) Montrer que ce programme peut se traduire par l'expression $2(4x+8)$.

5) On pose $A=2(4x+8)$ et $B=(4+x)^2-x^2$.

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

Exercice 3 : (10 points)

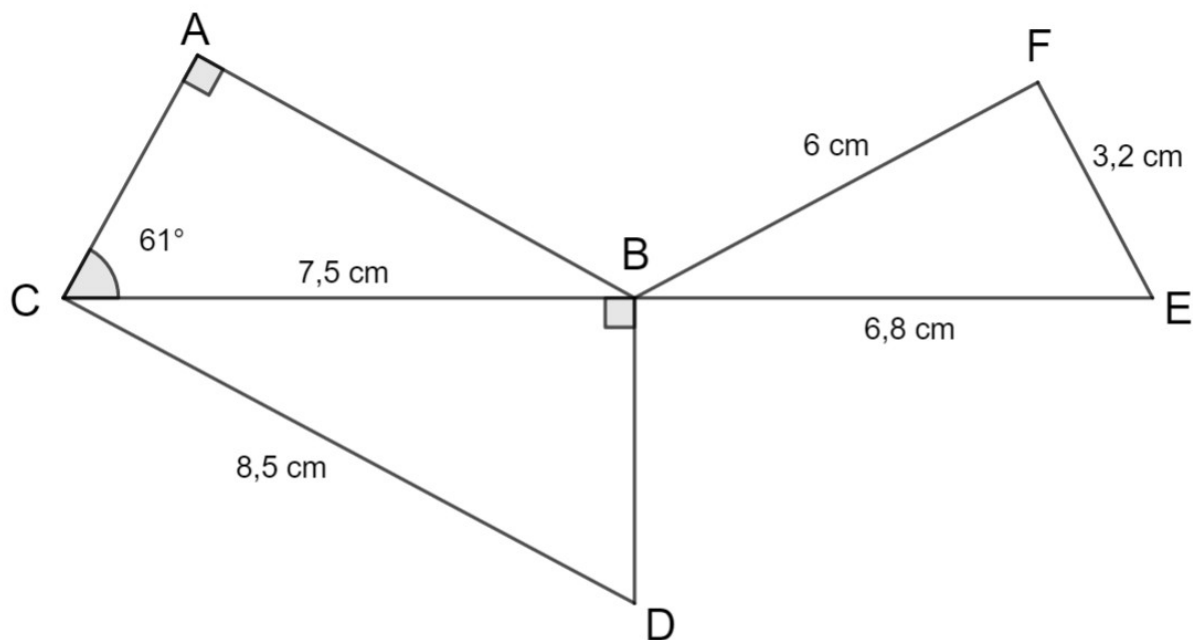
Pour chacune des questions suivantes, écrire sur la copie (sans justification) le numéro de la question et la lettre de la seule bonne réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quelle est la forme développée de $(4x-1)^2$?	$4x^2-1$	$16x^2-8x+1$	$4x^2-8x+1$
2	Quelle est la forme factorisée de $25x^2-81$?	$(5x+9)(5x-9)$	$(25x+9)(25x-9)$	$(5x-9)^2$
3	Quelle est la valeur de $A=3x^2-3x-1$ pour $x=-1$?	0	5	-7
4	IJK est un triangle rectangle en I, IK = 2,7 cm et KJ = 4,5 cm. Quelle est la longueur du côté [IJ] ?	3,6 cm	5,2 cm	12,96 cm
5	$\frac{9}{7}-\frac{4}{3} =$	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{-1}{21}$

Exercice 4 : (16 points)

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

On



donne :

- Les points C, B et E sont alignés.
- Le triangle ABC est rectangle en A.
- Le triangle BDC est rectangle en B.

1) Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.

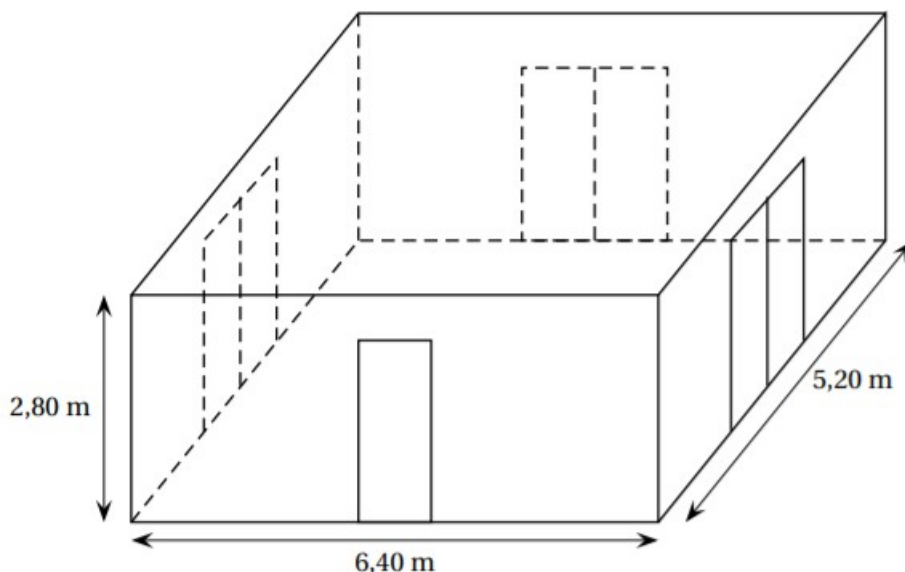
2) Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?

3) Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

Exercice 5 : (21 points)

Une entreprise doit rénover un local.

Ce local a la forme d'un parallélépipède rectangle. La longueur est 6,40 m ; la largeur est 5,20 m et la hauteur sous plafond est 2,80 m. Il comporte une porte de 2 m de haut sur 0,80 m de large et trois baies vitrées de 2 m de haut sur 1,60 m de large.



Première partie : Peinture des murs et du plafond

Les murs et le plafond doivent être peints. L'étiquette suivante est collée sur les pots de la peinture choisie.

Peinture pour murs et plafond
Séchage rapide
Contenance : 5 litres
Utilisation recommandée :
1 litre pour 4 m²

- 1)
 - a) Calculer l'aire du plafond.
 - b) Combien de litres de peinture faut-il pour peindre le plafond ?
- 2)
 - a) Prouver que la surface de mur à peindre est d'environ 54 m².
 - b) Combien de litres de peinture faut-il pour peindre les murs ?
- 3) De combien de pots de peinture l'entreprise doit-elle disposer pour ce chantier ?

Deuxième partie : Dallage du sol

Le sol du local doit être entièrement recouvert par des dalles carrées d'aire 0,16 m².

Une entreprise propose deux tarifs pour des paquets de 10 dalles :

- Tarif A : 48 euros le paquet, livraison gratuite.
- Tarif B : 42 euros le paquet, livraison 45 euros quel que soit le nombre de paquets.

- 1) Combien faut-il acheter de dalles pour recouvrir entièrement le sol du local ?
- 2) Quel tarif est le plus intéressant pour recouvrir ce local ?

Exercice 6 : (18 points)

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

- Moyenne : $72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
- Médiane : $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
- Concentration minimale : $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$
- Concentration maximale : $107 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Relevé des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1) Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?

2) Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ? Interpréter ce dernier résultat.

3) Déterminer la concentration médiane de Grenoble.

4) L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.

« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon ».

Eléments de correction – DNB blanc 1

Exercice 1 : (19 points)

1) Dans le triangle CDA rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CD^2 = CA^2 + DA^2 \text{ donc } DA^2 = CD^2 - CA^2 = 11,70^2 - 10,80^2 = 20,25$$

$$D'où : DA = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m}$$

Donc la hauteur DA de laquelle tombent les matériaux est de 4,5 m.

2)

a) Dans le triangle CDA rectangle en A, on a : $\cos(\widehat{DCA}) = \frac{CA}{CD}$ donc $\cos(\widehat{DCA}) = \frac{10,80}{11,70}$

$$\text{Donc } \widehat{DCA} = \arccos\left(\frac{10,80}{11,70}\right) \approx 22,6^\circ$$

Donc l'angle $\widehat{DCA}$ que fait le tapis roulant avec l'horizontale est d'environ $22,6^\circ$.

b) Dans le triangle CHS rectangle en H, on a : $\sin(\widehat{SCH}) = \frac{HS}{CS}$ donc $\sin(22,6) = \frac{2,5}{CS}$

$$\text{Donc } CS = \frac{2,5}{\sin(22,6)} \approx 6,5 \text{ m}$$

3) On sait que : $v = 1,5 \text{ m/s}$ et $d = CD = 11,70 \text{ m}$

$$\text{On a : } v = \frac{d}{t} \text{ soit } t = \frac{d}{v} = \frac{11,7}{1,5} = 7,8 \text{ s}$$

Donc pour acheminer un rocher de C à D, cela nécessitera 7,8 secondes.

Exercice 2 : (16 points)

1) Étapes :

- -1
- $-1 \times 4 = -4$
- $-4 + 8 = 4$
- $4 \times 2 = 8$

On obtient 8, en choisissant -1 .

2) Étapes :

- $\frac{-2}{3}$
- $\frac{-2}{3} \times 4 = \frac{-8}{3}$
- $\frac{-8}{3} + 8 = \frac{-8}{3} + \frac{24}{3} = \frac{16}{3}$
- $\frac{16}{3} \times 2 = \frac{32}{3}$

On obtient $\frac{32}{3}$, en choisissant $\frac{-2}{3}$.

3) On applique le programme à l'envers en partant de 30 :

- 30
- $30 \div 2 = 15$
- $15 - 8 = 7$
- $7 \div 4 = 1,75$

On obtient 30, en choisissant 1,75.

5) On a : $A = 2(4x + 8)$ et $B = (4 + x)^2 - x^2$. Développons ces deux expressions :

$$A = 2(4x + 8)$$

$$A = 2 \times 4x + 2 \times 8$$

$$A = 8x + 16$$

4) Soit x le nombre de départ.

- x
- $x \times 4 = 4x$
- $4x + 8$
- $(4x + 8) \times 2 = 2(4x + 8)$

$$B = (4 + x)^2 - x^2$$

$$B = 4^2 + 2 \times 4 \times x + x^2 - x^2$$

$$B = 16 + 8x + x^2 - x^2$$

$$B = 8x + 16$$

Donc $A = B$.

Exercice 3 : (10 points)

Question 1 : Réponse **B**

Question 2 : Réponse **A**

Question 3 : Réponse **B**

Question 4 : Réponse **A**

Question 5 : Réponse **C**

Exercice 4 : (16 points)

1) Dans le triangle BCD rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CD^2 = BD^2 + BC^2 \text{ donc } BD^2 = CD^2 - BC^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 16$$

$$\text{Donc } BD = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

2) Dans le triangle BFE, on a :

- Le plus long côté est [BE] : $BE^2 = 6,8^2 = 46,24$

- $BF^2 + EF^2 = 6^2 + 3,2^2 = 36 + 10,24 = 46,24$

On constate que $BE^2 = BF^2 + EF^2$

Donc le triangle BFE est rectangle en F d'après le théorème réciproque de Pythagore.

Sophie a donc raison en affirmant que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit.

3) Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.

$$\text{Dans le triangle BCD rectangle en B, on a : } \cos(\widehat{BCD}) = \frac{CB}{CD} = \frac{7,5}{8,5}$$

$$\text{donc } \widehat{BCD} = \arccos\left(\frac{7,5}{8,5}\right) \approx 28,07^\circ$$

Donc l'angle $\widehat{ACD}$ vaut : $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD}$

$$\widehat{ACD} \approx 89,07^\circ \neq 90^\circ$$

Donc Max a tort en affirmant que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit.

Exercice 5 : (21 points)

Première partie : Peinture des murs et du plafond

1)

a) $A = 6,40 \times 5,20$; $A = 33,28 \text{ m}^2$

b) $33,28 \div 4 = 8,32 \text{ L}$

Donc il faut 8,32 L de peinture pour peindre le plafond.

2)

a)

* aire de la porte : $2 \times 0,80 = 1,60 \text{ m}^2$

* aire d'une baie vitrée : $2 \times 1,60 = 3,20 \text{ m}^2$

* aire du mur 1 : $2,80 \times 6,40 - 1,60 = 16,32 \text{ m}^2$

* aire du mur 2 : $2,80 \times 5,20 - 3,20 = 11,36 \text{ m}^2$

* aire du mur 3 : $2,80 \times 6,40 - 3,20 = 14,72 \text{ m}^2$

* aire du mur 4 : $2,80 \times 5,20 - 3,20 = 11,36 \text{ m}^2$

Donc :

$$C = 16,32 + 11,36 + 14,72 + 11,36 = 53,76 \approx 54 \text{ m}^2$$

b) $54 \div 4 = 13,5 \text{ L}$

Donc il faut 13,5 L de peinture pour peindre les murs.

3) $8,32 + 13,5 = 21,82 \text{ L}$

Soit $21,82 \div 5 = 4,364$

Pour ce chantier, l'entreprise devra disposer de **5 pots de peinture**.

Deuxième partie : Dallage du sol

1) L'aire du sol est l'aire du plafond, soit $A = 33,28 \text{ m}^2$

Il faudra donc acheter $33,28 \div 0,16 = 208$ dalles pour recouvrir entièrement le sol du local.

2) $208 \div 10 = 20,8$; 21 paquets de 10 dalles

- Tarif A : $48 \times 21 = 1008 \text{ €}$

- Tarif B : $42 \times 21 + 45 = 927 \text{ €}$

Le tarif le plus intéressant pour recouvrir ce local est le **tarif B**.

Exercice 6 : (18 points)

1) Lyon : $m_L = 72,5 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

Grenoble : $m_G = \frac{32+39+52+57+78+63+60+82+82+89}{10} m_G = 63,4 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

C'est la ville de **Lyon** qui a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier.

2) Lyon : $e_L = 107 - 22 e_L = 85 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

Grenoble : $e_G = 89 - 32 e_G = 57 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

Lyon est la ville qui a eu la plus importante.

Interprétation : il y a un écart de concentration de $85 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$ entre le jour où il y a eu le plus de particules fines recueillies et le jour où il y en a eu le moins.

3) $32 - 39 - 52 - 57 - 60 - 63 - 78 - 82 - 82 - 89$

$N = 10$

La 1^{ère} valeur centrale se trouve au 5^{ème} rang ; elle vaut 60.

La 2^{ème} valeur centrale se trouve au 6^{ème} rang ; elle vaut 63.

$M = \frac{60+63}{2} M = 61,5 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

La concentration médiane de Grenoble est de $61,5 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

4)

« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon ».

VRAI

Les données ont été recueillies du 16 au 25 janvier, soit 10 jours.

Or, la concentration médiane de Lyon est de $83,5 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$, ce qui signifie qu'au moins 5 jours, la concentration en particules fines était supérieure ou égale à $83,5 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$ à Lyon.